

Instrucciones:

- Debe responder un máximo de 5 preguntas: 3 obligatorias y 2 opcionales de bloques diferentes.
- En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque opcional, se considerará sólo la primera pregunta.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

Criterios de calificación

- A) Se valorará todo lo escrito en cada respuesta y no sólo el resultado final.
- B) En las respuestas se corregirán los desarrollos necesarios y también las explicaciones breves de los mismos.
- C) Cada error cometido en una respuesta resta calificación en función de la importancia de dicho error, pero no repercute en lo que se haya hecho después, mientras lo realizado sea coherente con dicho error y tenga sentido matemático.
- D) Se penalizará cada notación gravemente incorrecta, que indique desconocimiento de cuestiones importantes (por ejemplo, usar la notación de determinante cuando se trata de una matriz o viceversa, confundir coordenadas de vector o de punto).
- E) Cuando sea necesario representar gráficamente una función, dicha representación deberá basarse en características importantes de la misma, que deberá obtener previamente, aunque en el enunciado de la pregunta esto no se haya pedido de forma explícita.
- F) Cuando haya que representar gráficamente una región plana, sea limitada por rectas, sea limitada por curvas y rectas, o sea limitada por varias curvas, no sólo habrá que representar correctamente los segmentos o arcos que intervengan (según apartado E), sino que habrá que calcular los puntos de corte entre ambas gráficas, si dichos puntos están relacionados con la región pedida. Se dará cada uno de esos puntos con sus dos coordenadas, aunque no se pida explícitamente.
- G) Cuando se piden abscisas basta con la coordenada x. Cuando se piden puntos deben dar las dos coordenadas.
- H) Los rangos de las matrices hay que justificarlos (puede hacerse por la técnica de menores orlados o reduciendo la matriz a una escalonada por filas equivalentes)
- I) En respuestas sobre geometría del espacio, no basta escribir una ecuación pedida (o que se necesite para otro resultado), sino que se

requiere una explicación mínima de lo que significa geométricamente y de dónde provienen los números que aparecen en esta como coeficientes. Igualmente, cuando se trata de varias ecuaciones simultáneas (ecuaciones de una recta o ecuaciones paramétricas de un plano).

- J) Los cálculos intermedios hay que hacerlos siempre en forma exacta (se observa que algunos alumnos, desde el principio de una respuesta, sustituyen algún valor por una mala aproximación decimal, con la cual operan dando por bueno el resultado final obtenido, que suele estar muy alejado del resultado correcto). Así uno de los objetivos a evaluar es una operatoria adecuada y que conozcan el uso correcto de los números que deben utilizar según el contexto de trabajo.
- K) Se exige utilizar correctamente los signos de igualdad y de aproximación.
- L) En los cálculos de probabilidad donde se proceda a realizar la aproximación de la distribución binomial por la distribución normal se debe justificar que el procedimiento se puede hacer.
- M) En los problemas de probabilidad se debe indicar el teorema que se utiliza para realizar el cálculo de la probabilidad.
- N) Los problemas de probabilidad que utilicen la Distribución Binomial, deberán escribir la fórmula de cálculo de la probabilidad.
- O) Las faltas de ortografía no se penalizan.

SE PROPONE UNA SOLUCIÓN CORRECTA. OTRAS SOLUCIONES CORRECTAS TAMBIÉN SE ACEPTAN

Bloque 1.- Análisis I (La barredora de ceniza volcánica)

1. Tras la erupción del volcán Tajogaite (La Palma, 2021) un equipo de ingenieros ha desarrollado un prototipo de barredora marítima para recoger la ceniza que llega al mar, con una capacidad de $0.5 \text{ km}^2/\text{hora}$. Para la construcción del prototipo, se ha modelizado mediante $f(t)$ la superficie afectada por la mancha de ceniza en km^2 , siendo t los días transcurridos desde que comienzan la monitorización de la mancha marítima.

$$f(t) = \frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5$$

- 1 a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo propuesto.
¿Existe algún valor extremo en el modelo? En caso afirmativo, ¿cuál es el tamaño de la mancha de ceniza en ese punto?
- 0.5 b) Un técnico del equipo afirma que no hará falta la intervención de medios de limpieza ya que pasado un tiempo la mancha desaparecerá. ¿Es cierta esta afirmación? Justificar la respuesta.
- 0.5 c) La barredora se pone en funcionamiento el cuatro día después de comenzar a monitorizar la mancha. Si la superficie de la mancha no recibiera más ceniza y se mantuviera constante a partir de ese día, ¿cuánto tiempo tardaría la barredora en eliminar la mancha de ceniza?

Solución:

a) Para estudiar el crecimiento y decrecimiento del modelo debemos calcular la derivada.

$$f'(t) = \frac{10(2t^2 + 4) - (10t + 5)4t}{(2t^2 + 4)^2} = \frac{20t^2 + 40 - 40t^2 - 20t}{(2t^2 + 4)^2} = \frac{-20t^2 - 20t + 40}{(2t^2 + 4)^2}$$

Averiguamos dónde se anula la derivada:

$$\frac{-20t^2 - 20t + 40}{(2t^2 + 4)^2} = 0 \rightarrow -20t^2 - 20t + 40 = 0 \rightarrow -t^2 - t + 2 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-1)2}}{2(-1)} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{-2} = \frac{1 \pm 3}{-2}$$

$$t_1 = -2; t_2 = 1$$

Sólo tiene sentido el modelo para $t > 0$, que es cuando se inicia la observación del volcán. Por tanto, se descarta el valor $t_1 = -2$.

Por tanto, el valor a considerar será: $t_2 = 1$

Intervalos	$(0,1)$	1	$(1, +\infty)$
Signo de f'	+	0	–
Monotonía	Creciente	Extremo MÁX	Decreciente

Calculamos el valor extremo $f(1) = \frac{10 \cdot 1 + 5}{2 \cdot 1^2 + 4} + 5 = \frac{15}{6} + 5 = 2.5 + 5 = 7.5 \text{ km}^2$

Por tanto, los intervalos solicitados son: Creciente: $(0,1)$ y Decreciente $(1, +\infty)$.

Y tiene un máximo después de un día de monitorización del volcán, en el que se produce una mancha de ceniza en el mar de 7.5 km^2

b) El técnico indica que con el tiempo desaparece la mancha. Para comprobarlo habrá que estudiar el límite al infinito del modelo:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10t + 5}{2t^2 + 4} + 5 \right) = \frac{0}{2} + 5 = 0 + 5 = 5$$

Por tanto, tenderá al valor de 5 km^2 .

No desaparecerá la mancha, quedando una mancha de unos 5 km^2

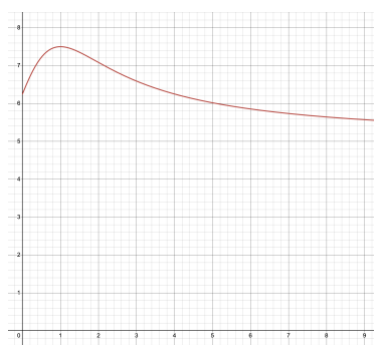
c) Si se pone en marcha el cuarto día, la superficie de la mancha será:

$$f(4) = \frac{10 \cdot 4 + 5}{2(4)^2 + 4} + 5 = \frac{45}{36} + 5 = \frac{5}{4} + 5 = 1.25 + 5 = 6.25 \text{ km}^2$$

Si se mantiene esta superficie en el tiempo y la barredora recoge

Tardará: $\frac{6.25}{0.5} = 12.5 \text{ horas}$

El prototipo recogerá la ceniza en 12.5 horas.



Bloque 2.- Álgebra

2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- 2 Hallar dos matrices cuadradas de dimensión 3 tal que al sumar la primera con el doble de la segunda se obtiene la matriz A. Y, si se le resta a la primera el doble de la segunda se obtiene la inversa de A.

Solución:

Solución:

Calculemos en primer lugar la inversa de la matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Calculamos la inversa de la matriz:

$$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj}(A)^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}; A^{-1} = \frac{1}{|A|} (\text{Adj } A)^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Planteemos, ahora, el sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} X + 2Y = A \\ X - 2Y = A^{-1} \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones:

$$2X = A + A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

restando ambas ecuaciones:

$$4Y = A - A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bloque 3.- Geometría

3. En el espacio tridimensional se conocen el siguiente plano y punto:

$$\pi: 2x + 3y = 0 \quad ; \quad P(1, -5, 1)$$

- 0.5 a) Hallar la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto P .
- 1.5 b) Estudiar la posición relativa de la recta $s: \begin{cases} -x + 3y - 3z = -3 \\ 4x + 9y - 2z = -2 \end{cases}$ con el plano π

Solución:

- a) Hallemos la ecuación de la recta r , su vector director coincide con el vector normal de π (al ser perpendiculares).

$$\vec{v} = \vec{n} = (2, 3, 0)$$

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -5 + 3\lambda \\ z = 1 \end{cases}$$

- b) Estudiamos la posición relativa de una recta y un plano. En este caso sólo se pueden dar tres casos: paralela al plano, ya sea contenida o no contenida en el plano, y perpendicular al plano.

Estudio de los vectores de la recta y el plano:

$$\vec{n}(2, 3, 0)$$

$$\vec{u}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 4 & 9 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} \vec{k} = 21\vec{i} - 14\vec{j} - 21\vec{k}$$

$$\vec{u}_s(3, -2, -2)$$

Estudiamos el producto escalar para ver si son o no perpendiculares:

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_s = 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 0 \cdot (-2) = 0$$

Por tanto, $\vec{n} \perp \vec{u}_s$, con lo que puede ser la recta paralela o contenida en el plano.

Buscamos un punto en la recta s y comprobamos si verifica la ecuación del plano. Si esto fuera así, la recta estará contenida en el plano. En otro caso, será paralela.

$$s: \begin{cases} -x + 3y - 3z = -3 \\ 4x + 9y - 2z = -2 \end{cases}$$

$$\text{Haciendo } z=0, \begin{cases} -x + 3y = -3 \\ 4x + 9y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 3y = -3 \\ 21y = -14 \end{cases} ; y = \frac{-14}{21} = \frac{-2}{3}$$

$$x = 3y + 3 = 3 \cdot \frac{-2}{3} + 3 = -2 + 3 = 1$$

El punto será: $P(1, \frac{-2}{3}, 0)$

Sustituimos en la ecuación del plano:

$$2x + 3y = 0 ; 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{-2}{3} = 2 - 2 = 0$$

Como el punto de la recta P está en el plano, podemos afirmar que La recta s está contenida en el plano π .

La recta s está contenida en el plano π

Otra forma: Con el estudio de rangos.

Estudiamos el sistema de ecuaciones formado por la recta y el plano:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 0 \\ -x + 3y - 3z = -3 \\ 4x + 9y - 2z = -2 \end{array} \right\}$$

Analizamos el rango de la matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 \\ 4 & 9 & -2 \end{vmatrix} = -12 + 0 - 36 - 0 + 54 - 6 = 0$$

Por tanto, el rango de la matriz A es menor que 3.

Pasamos a estudiar el rango de la matriz ampliada. Pero, como la columna de los términos independientes es igual a la columna del coeficiente z en la matriz A , esto hace que todos los determinantes de la matriz ampliada dan como resultado cero. Y, por tanto, el rango de la matriz ampliada es menor que 3.

Además, $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$, por lo que el rango $A = \text{rango } A^* = 2 < \text{número de incógnitas}$

El sistema es compatible indeterminado. Y como es una recta y un plano, no queda más remedio que la recta esté contenida en el plano.

La recta s está contenida en el plano π

Bloque 4.- Análisis II (seleccione solo una pregunta)

4A. Calcular la siguiente integral definida:

2

$$\int_1^2 x e^x dx$$

Solución:

Se calcula puede calcular primero la integral indefinida: $\int x e^x dx$ y luego aplicar la regla de Barrow.

Se trata de una integral por partes:

$$u = x \quad dv = e^x dx$$

$$du = dx \quad v = e^x$$

Por lo tanto:

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C = e^x(x - 1) + C$$

Finalmente:

$$\int_1^2 x e^x dx = e^x(x - 1)|_1^2 = (e^2(2 - 1)) - (e^1(1 - 1)) = e^2$$

$$\int_1^2 x e^x dx = e^2$$

4B. Dada la siguiente función $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2}, & x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}}, & x \geq 1 \end{cases}, \text{ con } a \text{ y } b \in \mathbb{R}$$

- 2 Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es continua y derivable en todo $\mathbb{R}$.
Dar la expresión de la función resultante.

Solución:

Estudiamos la continuidad de la función. El primer tramo es una función racional, donde el denominador se anula en $x = 2$, pero no está en el dominio de definición. El segundo tramo contiene una función irracional en el denominador de una fracción, el dominio de dicho tramo es $x \in (0, +\infty)$ y tampoco habría problema pues está definido para $x \geq 1$

Veamos entonces que ocurre en el punto de cambio de tramo, es decir $x = 1$

$$\begin{cases} f(1) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a + \frac{b}{\sqrt{x}} \right) = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(1 + \frac{a}{x-2} \right) = 1 - a \end{cases}$$

Para que sea continua en $x = 1$,

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Rightarrow a + b = 1 - a \Rightarrow 2a + b = 1$$

Estudiamos ahora su derivabilidad:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-a}{(x-2)^2}, & x < 1 \\ \frac{-b}{2x\sqrt{x}}, & x > 1 \end{cases}$$

Existe la derivada para todo $\mathbb{R} - \{1\}$. Veamos que ocurre en $x = 1$.

$$\begin{aligned} f'(1^-) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-a}{(x-2)^2} = -a \\ f'(1^+) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-b}{2x\sqrt{x}} = \frac{-b}{2} \end{aligned}$$

Para que sea derivable en $x=1$, se debe verificar:

$$\frac{-b}{2} = -a \rightarrow 2a - b = 0$$

Unimos las dos condiciones,

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 2a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \quad b = \frac{1}{2}$$

Para que la función sea continua y derivable:

$$a = \frac{1}{4} \quad y \quad b = \frac{1}{2}$$

La función resultante es:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{4(x-2)}, & x < 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{x}}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Bloque 5.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

5A. Un reciente estudio de bienestar tecnológico ha analizado el tiempo total diario (en minutos) que los estudiantes de 2º de Bachillerato utilizan auriculares. Se asume que este tiempo diario de uso se puede modelizar mediante una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 minutos y desviación típica de 20 minutos. El Servicio Canario de la Salud considera que los jóvenes hacen un "uso moderado" de los auriculares cuando lo utilizan menos de 50 minutos diarios.

- 1.25 a) Si a la actual convocatoria de la PAU se presentan 4000 estudiantes, estimar cuántos de ellos utilizan auriculares entre 70 y 80 minutos diarios.
- 0.75 b) Determina el porcentaje de estudiantes que se presentaron a la PAU que hacen un "uso moderado" de los auriculares.

Solución:

- a) X = 'número de minutos diarios que un alumno de 2º de Bachillerato utiliza auriculares'

$$X \sim N(74, 20)$$

$$P(70 \leq X \leq 80) \stackrel{TIP}{=} P\left(\frac{70 - 74}{20} \leq \frac{X - 74}{20} \leq \frac{80 - 74}{20}\right) =$$

$$P(-0.2 \leq Z \leq 0.3) = P(-0.2 \leq Z \leq 0.3) = P(Z \leq 0.3) - P(Z \leq -0.2) =$$

$$P(Z \leq 0.3) - (1 - P(Z \leq -0.2)) = 0.6170 - 1 + 0.5793 = 0.1963$$

$$P(70 \leq X \leq 80) = 0.1963$$

Sabiendo el valor de esta probabilidad y que hay 4000 estudiantes obtenemos que, se estima que lo utilicen este tiempo unos: $4000 \cdot 0.1963 \approx 785$ estudiantes.

Habrán unos 785 estudiantes que se presentan a la PAU que utilizan auriculares entre 70 y 80 minutos diarios.

- b) Se hace un uso moderado de los auriculares cuando se utilizan menos de 50 minutos al día

$$P(X < 50) \stackrel{TIP}{=} P\left(\frac{X - 74}{20} \leq \frac{50 - 74}{20}\right) = P(Z < -1.2) = 1 - P(Z < 1.2) = 1 - 0.8849$$

$$P(X < 50) = 0.1151$$

El porcentaje de alumnos que se presentan a la PAU que hacen un uso moderado de los auriculares es de 11,5%.

5B. El área de Medio Ambiente del Cabildo ha diseñado un plan de reforestación para las zonas de cumbre afectadas por incendios. El plan incluye una técnica innovadora que garantiza que tres de cada cinco semillas de pino canario germinan y sobrevive el primer año. Para validar la eficacia de esta técnica, se han plantado 150 semillas en una parcela experimental. Se supone que la supervivencia de la semilla es independiente del resto.

- 1.25 a) Calcular la probabilidad de que, en la parcela experimental, germinen y sobrevivan entre 82 y 94 semillas el primer año.
- 0.75 b) Los técnicos del Cabildo han decidido que, si tras el primer año de estudio de la parcela experimental, germinan y sobreviven más de 80 semillas con una probabilidad superior al 90%, se incorporará esta técnica innovadora al plan de reforestación. En base a los datos, ¿incluirán esta técnica en el plan de reforestación?

Solución:

- a) $X =$ número de semillas que germinan y sobreviven el primer año.

En este caso $n = 150$ y $p = \frac{3}{5} = 0.6$

como $n \cdot p = 90 \geq 5$ y $n \cdot q = 60 \geq 5$, podemos aproximar esta binomial a una normal

$\mu = n \cdot p = 90$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 6$
 $X \sim N(90, 6)$

$$P(82 < X < 94) \stackrel{TIP}{\cong} P\left(\frac{82 - 90}{6} < \frac{X - 90}{6} < \frac{94 - 90}{6}\right) =$$

$$P(-1.33 < Z < 0.67) = P(Z \leq 0.67) - (1 - P(Z \leq 1.33))$$

$$= 0.7486 - (1 - 0.9082) = 0.6568$$

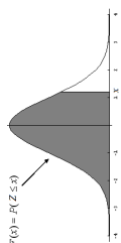
La probabilidad de que germinen y sobrevivan entre 82 y 94 semillas en esta parcela experimental es de 0.6568

- a) La probabilidad solicitada es:

$$P(X > 80) \stackrel{TIP}{\cong} P\left(Z > \frac{80 - 90}{6}\right) = P(Z > -1.67) = P(Z < 1.67) = 0.9525$$

Por lo tanto, la probabilidad de que germinen y sobrevivan el primer año más de 80 semillas es de 0.9525

Como es superior a 90% y, por tanto, se implementará esta técnica innovadora en el plan de reforestación.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000