

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta deberán elegirse solo DOS de las TRES cuestiones planteadas. En caso de responder a las tres, solo se corregirán las dos que aparezcan contestadas en primer lugar.

Cada ejercicio del examen es independiente y se califica sobre 10 puntos. Las cuatro preguntas tienen el mismo peso en la nota final (2,5 puntos cada una), que se obtendrá sumando las puntuaciones de los ejercicios y dividiendo el total entre 4.

Las respuestas deben expresarse de forma razonada, mostrando con rigor y precisión el proceso seguido en la resolución. Se deberá emplear el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, así como argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin llevar a cabo de manera efectiva la resolución, no será suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.

La tabla de la distribución normal está disponible al final del examen, aunque es posible que no sea necesaria en ninguna pregunta.

1.- (10 puntos) Una promotora organiza un festival con dos tipos de actuaciones: grupos internacionales y grupos locales. Cada grupo internacional emplea cuatro horas de actuación en escenario y dos horas para pruebas de sonido, mientras que cada grupo local emplea una hora de actuación en escenario y una hora de pruebas de sonido. En total, la organización dispone de veinticuatro horas de escenario y dieciocho horas de pruebas de sonido. La promotora pretende realizar al menos 6 actuaciones en total (internacionales y locales). La recaudación estimada es de ocho mil euros por cada grupo internacional y de tres mil euros por cada grupo local.

a.- (8 puntos) Determine la combinación óptima de grupos internacionales y locales que maximiza la recaudación cumpliendo todas las restricciones del enunciado. ¿Cuál es la recaudación máxima?

b.- (2 puntos) Si la recaudación por cada grupo local fuese de 4.000 euros, determine todas las soluciones óptimas enteras en la nueva situación. ¿Sería razonable programar solo grupos locales? Justifique la respuesta.

2.- (10 puntos) La promotora que organiza el festival ha estudiado datos de ediciones anteriores y ha construido un modelo matemático que aproxima el comportamiento de los compradores. Según este modelo, el número de entradas vendidas para un concierto $E(p)$, expresado en decenas, depende del precio (p) en euros de la siguiente forma:

$$E(p) = \frac{2.000 p}{25 + p^2}$$

a.- (6 puntos) Determine el precio al que se deben vender las entradas para que el número vendido sea un máximo relativo, indicando cuántas se venderían en ese caso. Calcule, además, el beneficio neto que obtendría la promotora, en euros, suponiendo que todas las entradas se vendiesen a dicho precio y que cada una tiene un coste fijo de 1 € para la promotora (gastos de organización, personal, etc.).

b.- (4 puntos) Calcule el valor de:

$$\int_5^{15} \frac{2.000 p}{25 + p^2} dp$$

3.- (10 puntos) La promotora del festival, antes de cerrar la contratación de los grupos que formarán parte del cartel, decide realizar una encuesta entre las personas que ya han reservado su sitio en el evento, con el objetivo de conocer a qué tipos de conciertos asistirán.

a.- (6 puntos) En una muestra aleatoria simple de 400 personas, 260 declaran que acudirán a los conciertos de rock. Calcule un intervalo de confianza al 94% para la proporción de asistentes que acudirán a los conciertos de rock. Una revista de eventos afirmó que «el 75% del público acudirá a los conciertos de rock». A partir del intervalo de confianza obtenido, determine si los datos respaldan o ponen en duda esta afirmación.

b.- (4 puntos) Determine el tamaño mínimo de muestra necesario para estimar la proporción de asistentes a conciertos de música country, con un nivel de confianza del 94%, un error máximo del 4% y sabiendo que, en una muestra piloto, la proporción estimada fue del 25%.

4.- (10 puntos) Elija únicamente dos opciones de las tres posibles **Q1, Q2 y Q3**.

Q1 (5 puntos)

La promotora que organiza el festival está ajustando el presupuesto (en decenas de miles de euros) para la iluminación y el sonido de los conciertos. Estos cálculos se representan mediante una ecuación matricial de la forma $AX + B = C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. La matriz A representa la planificación inicial, B es la matriz de ajustes adicionales, C es la matriz de presupuesto final y X es la matriz de gastos desconocidos. Resuelva la ecuación despejando previamente X .

Q2 (5 puntos)

La promotora musical estudia la evolución de la función de beneficios netos (en miles de euros) del festival en función de un indicador (x) que mide la intensidad de la campaña publicitaria ($x \in [0,3]$). Se propone el modelo $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$. Se sabe que sin campaña (intensidad nula) el beneficio es de 8.000 euros, cuando la campaña tiene intensidad 2 el beneficio es de 16.000 euros, y que además en $x = 2$ la función tiene un punto crítico. Calcule los valores de b, c y d , para que se satisfagan las condiciones del enunciado. Justifique si en $x = 2$ la función tiene un máximo o un mínimo relativo.

Q3 (5 puntos)

Para promocionar el festival se ofrecen tres tipos de tarifas: para estudiantes, para abonados y para el público general. El 30% usa la tarifa de estudiantes, el 50% la de abonados y el resto compra la entrada general. La probabilidad de que un asistente vuelva a otro concierto es del 6% en el caso de los estudiantes, del 80% para los abonados y del 70% para el público general. Si se seleccionan tres asistentes al azar con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que los tres vuelvan a otro concierto.

Tabla de la distribución normal (puede no ser necesaria para el examen):

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que las diferencias de los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se indican las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. Cuando existe más de una forma de resolverlos se establecen criterios según cada método de resolución. Aun así, pueden existir otras maneras de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso, la puntuación queda a criterio del corrector.
- Debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta (salvo que se pida un método concreto) y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,5/10 puntos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante **y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio**, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Si el error conduce a un resultado sin sentido, las penalizaciones se tratarán en la reunión de armonización.

(10 puntos) Ejercicio 1

- a) **(8 puntos)** Definir las variables de decisión (0,25 puntos) y la condición de no negatividad (0,25 puntos). Definir la función objetivo (0,5 puntos) y definir las tres restricciones del enunciado (1,5 puntos = 0,5*3). Representar la región factible (3 puntos) y cálculo de la solución óptima (2,5 puntos). El desglose será:
- (3 puntos) **Representación de la región factible.** Representación de las rectas correspondientes a las restricciones y justificación de que la región cumple cada inecuación (2 puntos). Identificación y señalización correcta de la intersección de todas ellas (1 punto).
 - (2,5 puntos) **Solución óptima:**
 - **Método algebraico.**
Calcular las coordenadas de los vértices (1,6 puntos = 0,4*4), Evaluar la función objetivo en los vértices (0,4 puntos = 0,1*4). Determinar el vértice donde se alcanza el máximo y del valor óptimo correspondiente (0,5 puntos).
 - **Método gráfico.**
Representar dos rectas de nivel (1 punto), la dirección de mejora (0,5 puntos). Razonar gráficamente el vértice donde se alcanza la solución (0,5 puntos). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo y su valor (0,5 puntos).
- b) **(2 puntos)** Evaluar la función objetivo en los vértices e identificar que se trata de una solución óptima de tipo segmento rectilíneo (0,5 puntos). Determinar las soluciones óptimas enteras (1 punto). Responder a la cuestión planteada (0,5 puntos).

(10 puntos) Ejercicio 2

- a) **(6 puntos)** Calcular $E'(p)$ (2 puntos). Obtener las raíces de la ecuación (1 punto) y analizar el carácter del punto crítico (1 punto). Calcular el valor máximo (1 punto). Responder al valor del beneficio neto (1 punto).

Penalizaciones:

- Se penalizará con (0,5 puntos) si se incluyen intervalos con valores negativos asociados a la raíz ($p = -5$) (ya que no tiene sentido en el contexto del problema).
 - Si un estudiante ha calculado incorrectamente la primera derivada, se podrá valorar el resto del ejercicio, siempre y cuando los resultados obtenidos sean coherentes con el contexto del problema. En ese caso tendría como máximo 4/6 puntos. Si los resultados obtenidos no tienen sentido y el estudiante no lo indica (por ejemplo, valores negativos en el número de entradas) se aplicará una penalización adicional de (0,5 puntos), dado que esto afecta la validez de la solución en el marco del problema planteado. Además, se tendrá en cuenta la penalización sobre un pequeño error puntual de cuentas con 0,5 puntos/10.
- b) **(4 puntos)** Cálculo de la integral indefinida (3 puntos). Aplicar la Regla de Barrow (1 punto).

(10 puntos) Ejercicio 3

- a) (6 puntos) Identificar el cuantil correspondiente y calcular su valor (1,5 puntos), calcular n , $\hat{p}$ (1 punto), Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo (2,5 puntos). Utilizar lo anterior para responder a la cuestión formulada (1 punto).
- b) (4 puntos) Escribir la fórmula para calcular el tamaño de la muestra en función del error (1 punto). Sustituir los valores conocidos para cada uno de los parámetros y calcular el valor de n (3 puntos). Si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se resta 1 punto.

(10 puntos) Ejercicio 4

- Q1) (5 puntos) Despejar la matriz, $X = A^{-1}(C - B)$ (1 punto). Calcular la inversa (2 puntos), calcular $(C - B)$ (1 punto), multiplicar y llegar al resultado final (1 punto).
- Q2) (5 puntos) Plantear las ecuaciones para determinar los coeficientes b, c y d (3 puntos). Determinar los valores de los parámetros (1 punto). Justificar el carácter del punto crítico (1 punto).
- Q3) (5 puntos) Definir los sucesos que intervienen en el enunciado (1 punto). Calcular la probabilidad de que una persona vuelva a otro concierto (2 puntos). Conocida la probabilidad anterior, calcular la probabilidad de que tres vuelvan a otro concierto (2 puntos). Se penalizará con (1 punto) no utilizar notación matemática. Se penalizará con (1 punto) no utilizar notación matemática.