

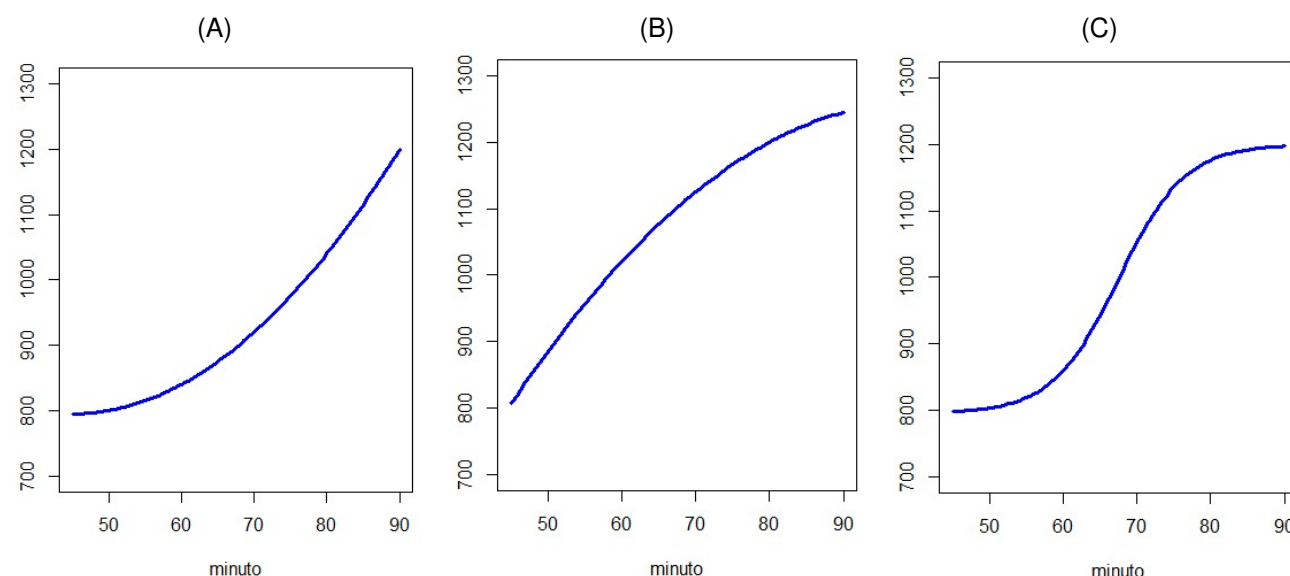
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Opción A. La audiencia (en miles de espectadores) que se registró durante un partido de fútbol se puede modelar mediante la función f , donde x representa el minuto de juego (cada partido de fútbol se divide en dos partes, cada una de ellas dura 45 minutos):

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{9}x^2 + 10x + 570 & \text{si } 0 \leq x \leq 45 \\ \frac{1}{5}x^2 - 18x + 1200 & \text{si } 45 < x \leq 90 \end{cases}$$

- a) ¿En qué minutos de la primera parte del partido aumentó la audiencia? **(0.5 puntos)**
- b) ¿Disminuyó la audiencia en algún momento a lo largo de los 90 minutos de partido? **(1 punto)**
- c) Argumenta si alguna o varias de las gráficas siguientes se corresponde con la audiencia de los últimos 45 minutos de partido (en las tres gráficas x representa el tiempo en minutos e y la audiencia en miles de espectadores)? **(1 punto)**

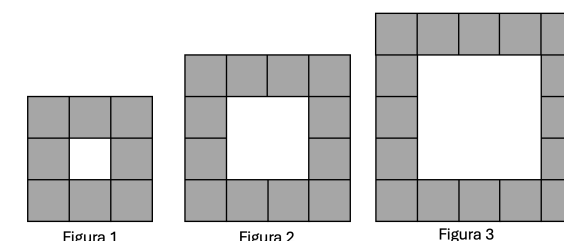


Pregunta 1. Opción B. Una empresa olivarera considera que la cantidad (medida en kg/ha) de aceituna recolectada en un año se puede expresar como una función (f) que depende los litros de lluvia caídos durante ese año (x). La expresión de f es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(-x^2 + 730x - 96\,000) & \text{si } 250 \leq x \leq 450 \\ \frac{2x^2}{5} - 390x + a & \text{si } 450 < x \leq 480 \end{cases}$$

- a) Determina el valor de la constante a para que la función f sea continua en todo su dominio. **(1 punto)**
- b) Utilizando el valor de a obtenido en el apartado anterior, ¿con qué cantidad de lluvia se recogería la máxima cantidad de aceituna? ¿Cuántos kg/ha se recogen en ese caso? ¿Con qué cantidad de lluvia se recogería la mínima cantidad de aceituna? **(1.5 puntos)**

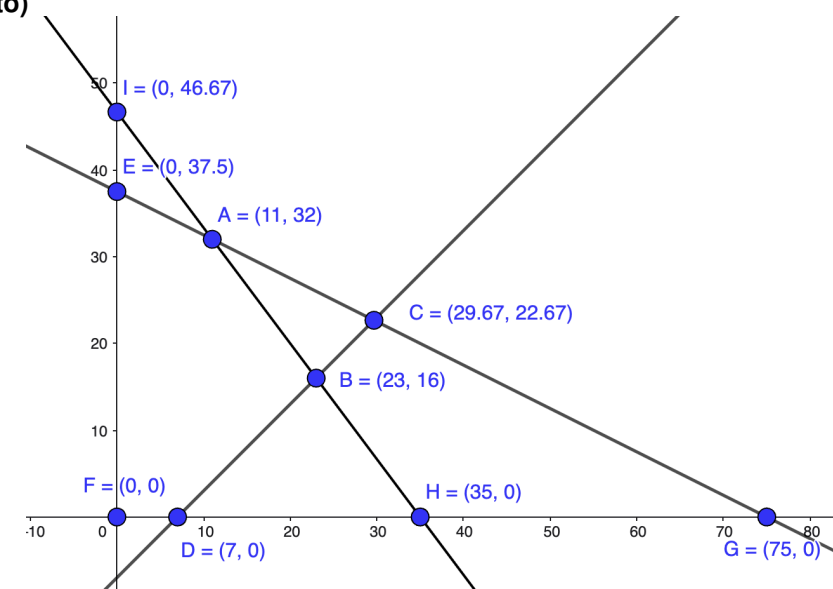
Pregunta 2. Opción A. Observa la siguiente secuencia de figuras:



- a) Determina cuántos cuadrados grises habrá en la figura número 17. Encuentra una fórmula general que relacione el número de cuadrados grises y el número de figura. **(2 puntos)**
- b) Considera la figura número n y la figura número m , ¿es posible que la diferencia entre el número de cuadrados grises de ambas figuras sea 9? En caso afirmativo, ¿cuáles serían n y m ? Si no es posible, explica por qué. **(0.5 puntos)**

Pregunta 2. Opción B. Una empresa produce bicicletas (x) y patinetes (y). La empresa dispone diariamente de 700 kg de aluminio y 750 minutos en la línea de montaje. Para producir una bicicleta se necesitan procesar 20 kg de aluminio y se consumen 10 min en la línea de montaje; mientras que para un patinete se procesan 15 kg de aluminio y se consumen 20 min en la cadena de montaje. La empresa tiene que satisfacer un contrato que la obliga a entregar al menos 7 bicicletas más que patinetes.

- a) Señala cuáles son los vértices que, en la figura que se muestra a continuación, definen la región factible para el problema que consiste en resolver ¿Cuántas bicicletas y patinetes puede producir la empresa en un día? **(1 punto)**



- b) ¿Cambiaría el conjunto de posibles soluciones si cada patinete consumiera 10 minutos de montaje, en lugar de 20? Explica tu respuesta. **(0.5 puntos)**
- c) Si por cada bicicleta la empresa tiene una ganancia marginal de 4 € y por cada patinete gana 3 €, ¿cuántas bicicletas y patinetes debe producir al día para maximizar la ganancia? **(1 punto)**

Pregunta 3. Opción A. Las variables x e y representan los fondos (en millones de euros) que un ayuntamiento va a dedicar, respectivamente, a créditos para autónomos y a ayudas a polígonos industriales. Las normas de gasto imponen algunas restricciones, que se pueden modelar con el siguiente sistema de ecuaciones (k es un parámetro que depende del crecimiento económico):

$$\begin{cases} 3x + 4y = 24 \\ 5x - ky = 12 \end{cases}$$

- ¿Es posible que, para algún valor de k el ayuntamiento no encuentre solución en x e y ? Si es posible, halla ese valor k . **(1 punto)**
- Si $k = -3$, ¿cuántas soluciones existen para este sistema? Calcúlalas y explica si tienen sentido en el contexto del problema. **(1.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción B. Dado el parámetro m y las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & m \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & m \\ 2 & m+6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- A partir de $(A \cdot B - C) \cdot D = E$ plantea un sistema de dos ecuaciones, con incógnitas x e y . **(1 punto)**
- El sistema planteado, ¿tiene solución para cualquier valor de m ? En caso afirmativo, ¿es siempre única? En caso negativo, ¿para qué valores de m no tiene solución? Explica tus respuestas y calcula una solución para un valor de m , a tu elección, de los que hacen que el sistema tenga solución única. **(1.5 puntos)**

Pregunta 4. Opción A. En una asignatura que cursan conjuntamente estudiantes de las especialidades A y B de cierta carrera, el 60 % del alumnado es de la especialidad A y el resto de la B. El porcentaje de suspensos sobre el conjunto del alumnado es del 30 %, mientras que si consideramos solo el alumnado de la especialidad A, este porcentaje sube al 40 %.

- Determina la probabilidad de que una persona elegida al azar de entre todo el alumnado sea de especialidad A y suspenda la asignatura. **(0.5 puntos)**
- Si se elige al azar un o una estudiante que haya aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al grupo B? **(1.5 puntos)**
- ¿Es independiente, en términos de sucesos, suspender del grupo al que se pertenece? **(0.5 puntos)**

Pregunta 4. Opción B. En una encuesta sobre hábitos de vida saludables en Asturias, se observa que el 60 % de la población practica senderismo. De este grupo, el 20 % utiliza aplicaciones digitales de salud, mientras que solo el 5 % de quienes no practican senderismo usa estas aplicaciones.

- Representa mediante un diagrama de árbol o una tabla los sucesos (y sus probabilidades) relacionados con seleccionar al azar una persona de Asturias para comprobar estos hábitos. **(0.5 puntos)**
- Calcula la probabilidad de que una persona de Asturias elegida al azar use aplicaciones digitales de salud. **(1 punto)**
- Si sabemos que una persona asturiana usa una aplicación digital de salud, ¿cuál es la probabilidad de que sea senderista? ¿Hay relación entre usar aplicaciones de salud y practicar senderismo? **(1 punto)**

Pregunta 5. Opción A.* Se desea estimar el gasto medio por turista en las zonas rurales de Asturias durante el verano, para lo que se selecciona una muestra aleatoria de 200 turistas. Se puede suponer que el gasto por turista sigue una distribución normal, con desviación típica de 15 €. Los siguientes son tres intervalos con diferentes niveles de confianza obtenidos a partir de la información de la muestra:

$$(A) \quad (82.921, 87.079) \quad (B) \quad (83.642, 86.358) \quad (C) \quad (82.529, 87.471)$$

- ¿Qué gasto medio por turista se obtuvo en la muestra? **(0.5 puntos)**
- ¿Cuál de los tres es el intervalo al 95 % de confianza para el gasto medio poblacional? **(1 punto)**
- Explica qué significa que el intervalo sea más o menos ancho según el nivel de confianza elegido. De entre los tres anteriores justifica cuál es el intervalo que correspondería a un nivel de confianza del 80 %. **(1 punto)**

Pregunta 5. Opción B.* Para valorar una nueva propuesta de movilidad sostenible en el área central de Asturias, se encarga un sondeo de opinión realizado sobre 500 personas seleccionadas al azar. A partir del sondeo, se estima la proporción de población a favor de la propuesta mediante un intervalo al 95 %: (0.52, 0.60).

- Determina la proporción muestral de población a favor de la propuesta y el error máximo de estimación que se comete con este intervalo. **(1 punto)**
- A partir del intervalo de confianza, ¿crees que los responsables políticos pueden estar seguros de que la mayoría de la población apoya la propuesta? Explica tu respuesta. **(0.5 puntos)**
- Si los responsables políticos quieren que el error sea inferior al 1 %, ¿cómo debería variar el tamaño de la muestra? Justifica la respuesta basándote en la relación entre el error y el tamaño muestral. Si se mantuviera el nivel de confianza al 95 % y la proporción muestral siguiera siendo la misma, ¿cuál debería ser el nuevo tamaño de la muestra para que el error máximo no supere el 1 %? **(1 punto)**

* Algunos valores de la función de distribución F de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1.28) = 0.90$, $F(1.64) = 0.95$, $F(1.96) = 0.975$, $F(2.33) = 0.99$ y $F(2.58) = 0.995$.

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1 - \alpha)100$ %, para la media poblacional de una variable con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n :

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{con } F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2.$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1 - \alpha)100$ %, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right) \quad \text{con } F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2.$$