

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II (Examen resuelto y criterios de corrección)

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Examen resuelto

Pregunta 1. Opción A.

- a) Para estudiar el crecimiento, calculamos la derivada en el primer tramo ($0 \leq x \leq 45$):

$$f'(x) = f'(x) = -\frac{2}{9}x + 10$$

Buscamos cuándo la audiencia aumenta ($f'(x) > 0$):

$$-\frac{2}{9}x + 10 > 0 \Leftrightarrow x < 45$$

Como la primera parte ocupa los minutos $[0, 45]$, la audiencia crece durante toda la primera parte.

- b) Analizamos la segunda parte del partido ($45 < x \leq 90$):

$$f'(x) = \frac{2}{5}x - 18$$

Analizamos cuándo $f'(x) > 0$:

$$\frac{2}{5}x - 18 > 0 \Leftrightarrow x > 45$$

Por lo tanto, en la segunda parte del partido ($45 < x \leq 90$) la audiencia siempre crece. Como en a) encontramos que también crece durante la primera parte, podemos afirmar que la audiencia no disminuye en ningún momento del partido.

- c) Como las tres gráficas muestran una función creciente, necesitamos examinar la curvatura para saber cuál se corresponde con la expresión de f . Calculamos la segunda derivada en el trozo $45 < x \leq 90$. Del apartado b) sabemos que $f'(x) = \frac{2}{5}x - 18$, por lo que:

$$f''(x) = \frac{2}{5}$$

Como $f''(x) > 0$ para todo el intervalo $(45, 90]$, f es convexa (o cóncava hacia arriba) en toda la segunda parte del partido y no existe ningún punto de inflexión, por lo que la gráfica correspondiente es la (A).

Pregunta 1. Opción B.

- a) La función f viene dada por dos polinomios en los dos intervalos considerados al definirla, con lo que el único posible punto de discontinuidad es $x = 450$. Se tiene que

$$\lim_{x \rightarrow 450^-} f(x) = f(450) = 5000, \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 450^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 450^+} \frac{2x^2}{5} - 390x + a = -94500 + a$$

de modo que, para que f sea continua en $x = 450$, $a = 99500$.

- b) Aunque no es necesario realizar un estudio completo de la función para dar respuesta a las preguntas, podemos sintetizar un estudio de la función, que está definida por dos polinomios y por tanto, el dominio es $[250, 480]$. Además, por ser polinomios, no hay asíntotas de ningún tipo. En cuanto a la continuidad, ya se tiene del apartado anterior que la función es continua en todo su dominio.

Buscamos puntos de corte con el eje X: $-x^2 + 730x - 96000 = 0$ si y solo si $x = 365 \pm \sqrt{37225}$, equivalentemente, si $x \approx 557.9378$ o $x \approx 172.0622$ que no son puntos del dominio. Por otra parte, $\frac{2x^2}{5} - 390x + 99500 = 0$ no se verifica para ningún $x \in \mathbb{R}$. Por tanto, la función no corta al eje X en ningún punto de su dominio. Además, $f(250) = 4000$ y $f(480) = 4460$.

En cuanto a la monotonía:

- En el primer tramo, $f'(x) = \frac{1}{6}(-2x + 730)$ de modo que la función alcanza un extremo relativo en $x = 365$. Puesto que $f''(x) = -\frac{1}{3} < 0$ en ese tramo, la función f :
 - Tiene un máximo relativo en $x = 365$ y $f(365) \approx 6204.167$.
 - Es cóncava hacia abajo.
- En el segundo tramo, $f'(x) = \frac{4}{5}x - 390$, de modo que otro posible extremo relativo es $x = 487.5$, pero este valor no es del dominio. En este segundo tramo se tiene que $f'(x) < 0$ y por tanto, f es decreciente en ese tramo. Además, puesto que $f''(x) = \frac{4}{5} > 0$, en este tramo la función es cóncava hacia arriba.

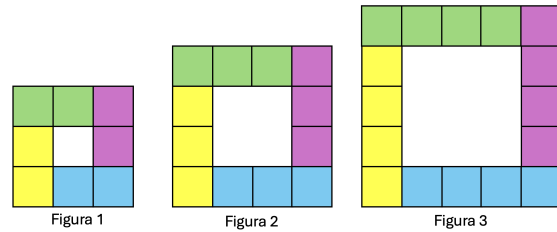
La máxima cantidad de aceituna se recoge en el máximo relativo del primer tramo, que es el máximo en el intervalo de definición. Ese máximo se alcanzaba para $x = 365$ litros y en ese caso se recogen $f(365) = \frac{37225}{6} \approx 6204.167$ kg/ha.

En cuanto al mínimo, puesto que la función es cóncava hacia abajo en el primer tramo, el mínimo en ese tramo se tiene que encontrar en uno de los extremos del intervalo: $f(250) = 4000$ y $f(450) = 5000$. Por otra parte, en el segundo tramo, puesto que la función es decreciente, el mínimo se alcanza en $x = 480$, $f(480) = 4460$.

Entonces, la mínima cantidad de aceituna se recoge cuando la lluvia anual es de 250 l y asciende a $f(250) = 4000$ kg/ha.

Pregunta 2. Opción A.

- a) Hay varias formas de contar los cuadrados grises. Una de ellas pasa por contar grupos de cuadrados como se indica en la figura siguiente (se cambian los colores para facilitar la visualización), viendo que hay siempre cuatro grupos de cuadrados cuyo tamaño es el número de la figura más una unidad.



En todo caso, la cantidad de cuadrados grises en las primeras figuras es:

- En la Figura 1 hay 8 cuadrados grises.
- En la Figura 2 hay 12 cuadrados grises.
- En la Figura 3 hay 16 cuadrados grises.

Se observa que la cantidad de cuadrados es siempre el número de la figura más uno, multiplicado por 4. Por lo tanto, para la figura $n = 17$, el número de cuadrados grises será: $(17 + 1) \cdot 4 = 72$. Análogamente, la fórmula general que relaciona el número de cuadrados grises (C) con el número de figura n es:

$$C(n) = 4(n + 1).$$

- b) Para saber si existen dos figuras n y m cuya diferencia sea 9, planteamos la siguiente ecuación basada en la fórmula general:

$$C(n) - C(m) = 4(n + 1) - 4(m + 1) = 9 \Leftrightarrow m - n = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m - n = 2.25$$

Por lo tanto, no es posible ya que los números de figuras (n y m) son números enteros, por lo que su diferencia también debería ser un número entero.

Pregunta 2. Opción B.

- a) Siendo x e y , respectivamente, el número de bicicletas y de patinetes, la información del enunciado nos permite afirmar que:

- Kg de aluminio: $20x + 15y \leq 700 \Leftrightarrow 4x + 3y \leq 140$
- Minutos de montaje: $10x + 20y \leq 750 \Leftrightarrow x + 2y \leq 75$
- Cláusula del contrato: $x \geq y + 7 \Leftrightarrow x - y \geq 7$

Por lo que obtenemos el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 4x + 3y \leq 140 \\ x + 2y \leq 75 \\ x - y \geq 7 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Para hallar la región factible, analizamos, por ejemplo, los puntos de corte con los ejes de las rectas que conforman el sistema:

- La recta $4x + 3y = 140$ pasa por $(35, 0)$ y $(0, 46.67)$. Corresponde a la recta que une los puntos H e I.

- La recta $x + 2y = 75$ pasa por $(75, 0)$ y $(0, 37.5)$. Corresponde a la recta que une los puntos G y E.
- La recta $x - y = 7$ pasa por $(7, 0)$ y $(23, 16)$. Corresponde a la recta que une los puntos D y B.

Comprobando, por ejemplo, el punto $(0, 0)$ vemos que verifica las dos primeras inecuaciones (y las de no negatividad) pero no la tercera, por lo que la región factible está delimitada por los vértices B, D y H.

- b) Si cada patinete consumiera 10 minutos en lugar de 20, la restricción de montaje cambiaría de $x + 2y \leq 75$ a:

$$10x + 10y \leq 750 \Leftrightarrow x + y \leq 75$$

En consecuencia, la recta que corresponde a los minutos montaje tendría una pendiente distinta y se desplazaría hacia la parte creciente del primer cuadrante, pero eso no cambiaría la región factible (polígono BDH) porque la recta no está suponiendo una limitación efectiva, es redundante.

- c) La función objetivo que se debe maximizar es la ganancia total $z(x, y) = 4x + 3y$. La evaluamos en los vértices de la región factible:

$$z(D) = G(7, 0) = 4(7) + 3(0) = 28 \text{ €}$$

$$z(H) = G(35, 0) = 4(35) + 3(0) = 140 \text{ €}$$

$$z(B) = G(23, 16) = 4(23) + 3(16) = 92 + 48 = 140 \text{ €}$$

La ganancia máxima es de 140 y se da tanto en el punto $H(35, 0)$ y en el punto $B(23, 16)$, lo que indica que cualquier combinación de producción sobre el segmento de recta que une ambos puntos (la restricción del aluminio) también maximiza el beneficio. Si queremos un único valor, podemos seleccionar, por ejemplo, 35 bicicletas y ningún patinete.

Pregunta 3. Opción A.

- a) Consideramos la matriz de coeficientes A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -k \end{pmatrix}$$

Calculamos su determinante: $|A| = (3)(-k) - (4)(5) = -3k - 20$.

Así, el sistema no tendrá solución (será incompatible) si $|A| = 0 \Leftrightarrow -3k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{20}{3}$. Para este valor de k , el ayuntamiento no encontraría ninguna combinación de x e y que satisfaga las restricciones.

- b) Si $k = -3$, tenemos que $\text{ran}(A) = 2 = \text{ran}(A')$ (ya que $|A| \neq 0$), por lo tanto el sistema es compatible determinado y tiene una única solución. El sistema de ecuaciones quedaría:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 24 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases}$$

Dos de las posibles formas de realizar la discusión de este sistema son:

- **Método de Gauss.** Partimos de la matriz ampliada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 24 \\ 5 & 3 & 12 \end{array} \right)$$

Realizamos la operación fila 2 = 3 · fila 2 – 5 · fila 1 para obtener la matriz escalonada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 24 \\ 0 & -11 & -84 \end{array} \right)$$

De la segunda fila obtenemos:

$$-11y = -84 \Leftrightarrow y = \frac{84}{11}.$$

Sustituyendo en la primera fila:

$$3x + 4 \left(\frac{84}{11} \right) = 24 \Leftrightarrow 3x = \frac{264 - 336}{11} \Leftrightarrow x = -\frac{24}{11},$$

por lo que la solución es:

$$(x, y) = \left(-\frac{24}{11}, \frac{84}{11} \right).$$

- **Método de Cramer.** Calculamos $|A| = -3(-3) - 20 = -11$. Las soluciones vendrán dadas por:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 24 & 4 \\ 12 & 3 \end{vmatrix}}{-11} = \frac{24}{-11} = -\frac{24}{11},$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 24 \\ 5 & 12 \end{vmatrix}}{-11} = \frac{-84}{-11} = \frac{84}{11}.$$

Dado que x e y representan los fondos que el ayuntamiento pretende destinar, no tiene sentido que el valor de la solución de $x = -\frac{24}{11}$ sea negativo.

Pregunta 3. Opción B.

- a) Primero calculamos la matriz producto $A \cdot B$:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & m \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m-2 & m-3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Ahora restamos la matriz C :

$$A \cdot B - C = \begin{pmatrix} 2m-2 & m-3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & m \\ 2 & m+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m & -3 \\ 4 & 1-m \end{pmatrix}$$

El sistema viene dado por $(A \cdot B - C) \cdot D = E$:

$$\begin{pmatrix} 2m & -3 \\ 4 & 1-m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Realizando el producto matricial, obtenemos el sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 2mx - 3y = -1 \\ 4x + (1-m)y = 1 \end{cases}$$

- b) Dos de las posibles formas de realizar la discusión de este sistema son:

- **Gauss.**

Escribimos la matriz ampliada asociada al sistema:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2m & -3 & -1 \\ 4 & 1-m & 1 \end{array} \right).$$

Si $m \neq 0$, transformamos la segunda fila, restándole la primera multiplicada por $\frac{2}{m}$ y obtenemos:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2m & -3 & -1 \\ 0 & \frac{-m^2+m+6}{m} & \frac{m+2}{m} \end{array} \right)$$

El sistema tiene solución única si $\frac{-m^2+m+6}{m} \neq 0$, que solo se anula si $-m^2 + m + 6 = (m-3)(m+2) \neq 0$, es decir, para $m = 3$ y $m = -2$. Para $m = 0$, el sistema original queda:

$$\begin{cases} -3y = -1 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$$

, que también tiene solución única, ya su matriz ampliada está triangulada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0 & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{array} \right).$$

Por lo tanto, el sistema no tiene solución única si $m = 3$ o $m = -2$, y tiene solución única para el resto de valores de m .

- **Rouché-Fröbenius.**

Como:

$$|A| = 2m(1-m) - (-3)(4) = -2m^2 + 2m + 12$$

Tenemos que $|A| = 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 12 = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ o $m = 3$. Si $m \neq 3$ y $m \neq -2$, entonces $\text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 2$ (número de incógnitas) y el sistema es tiene solución única porque es compatible y determinado.

Por el contrario, si $m = 3$, la matriz ampliada es:

$$A' = \left(\begin{array}{cc|c} 6 & -3 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{array} \right).$$

Se observa que las de los coeficientes son proporcionales ($6/4 = -3/-2 = 1.5$), pero no los términos independientes ($1.5 \neq -1/1$), así que $\text{ran}(A) = 1 < 2 = \text{ran}(A')$, es decir, el sistema es incompatible y, por lo tanto, no tiene solución.

Si $m = -2$, la matriz ampliada es:

$$A' = \left(\begin{array}{cc|c} -4 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{array} \right).$$

Se observa que la segunda fila es la primera multiplicada por -1 , por lo que $\text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 1 < 2 =$ número de incógnitas; por lo tanto el sistema es compatible indeterminado y tiene infinitas soluciones.

Resolvemos el sistema, por ejemplo, para $m = 0$, teníamos como matriz ampliada:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0 & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{array} \right),$$

de donde obtenemos que $y = \frac{1}{3}$ y $x = \frac{1-\frac{1}{3}}{4} = \frac{1}{6}$, es decir, la solución es: $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$.

Pregunta 4. Opción A. Si denotamos por A el suceso «el o la estudiante es de la especialidad A», y por S «el o la estudiante suspende la asignatura», la información del enunciado nos dice que:

$$P(A) = 0.6 \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$P(S) = 0.3 \Leftrightarrow P(\bar{S}) = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$P(S/A) = 0.4 \Leftrightarrow P(\bar{S}/A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

y de aquí se obtiene que:

a) La probabilidad de la intersección $P(A \cap S)$, usando la probabilidad condicionada, la podemos obtener como: $P(A \cap S) = P(A) \cdot P(S/A) = 0.6 \cdot 0.4 = 0.24$.

b) Se nos pide $P(\bar{A}/\bar{S})$ que, por el suceso contrario, sabemos que es: $1 - P(A/\bar{S})$. Aplicando la definición de probabilidad condicionada:

$$P(A/\bar{S}) = \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})}$$

El valor de $P(A \cap \bar{S})$ lo podemos obtener, por ejemplo, a partir de la probabilidad calculada en el apartado anterior, como::

$$P(A) = P(A \cap \bar{S}) + P(A \cap S) \Leftrightarrow P(A \cap \bar{S}) = 0.6 - 0.24 = 0.36.$$

En consecuencia:

$$P(A/\bar{S}) = \frac{0.36}{0.7} \simeq 0.5143.$$

Y, finalmente:

$$P(\bar{A}/\bar{S}) \simeq 1 - 0.5143 = 0.4857.$$

c) Comparando $P(S/A) = 0.4 > 0.3 = P(S)$ vemos que no es independiente el grupo de pertenencia y el hecho de suspender o, dicho de otro modo, pertenecer al grupo A aumenta la probabilidad de suspender respecto, lo que indica dependencia entre A y S.

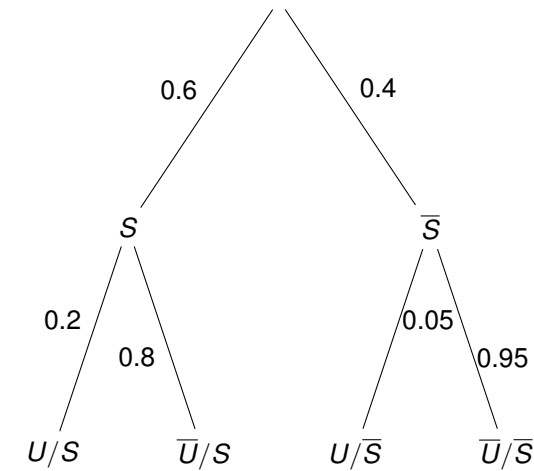
Si se hace el ejercicio construyendo una tabla, la asociada a estos datos sería proporcional a:

	S	$\bar{S}$	
A	0.24	0.36	0.6
$\bar{A}$	0.06	0.34	0.4
	0.3	0.7	1

Pregunta 4. Opción B. Si definimos S como el suceso «la persona practica senderismo» y por U el suceso «la persona usa aplicaciones digitales de salud», la información del enunciado se traduce en que:

$$P(S) = 0.6 \quad P(U/S) = 0.2 \quad P(U/\bar{S}) = 0.05$$

a) La representación con un diagrama de árbol sería, por ejemplo:



Si se utiliza una tabla, sería proporcional a:

	U	$\bar{U}$	
S	0.12	0.48	0.6
$\bar{S}$	0.02	0.38	0.4
	0.14	0.86	1

b) Se nos pide $P(U)$, aplicando el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(U) = P(S) \cdot P(U/S) + P(\bar{S}) \cdot P(U/\bar{S}) = (0.6 \cdot 0.2) + (0.4 \cdot 0.05) = 0.14$$

c) Se nos pide $P(S/U)$. Podemos obtenerlo a partir del árbol o de la tabla, aplicando el Teorema de Bayes. Como, del apartado anterior sabemos que $P(U) = 0.14$, obtenemos :

$$P(S/U) = \frac{P(S\bar{U})}{P(U)} = \frac{P(S) \cdot P(U/S)}{P(U)} = \frac{0.12}{0.14} \simeq 0.8571.$$

Por otro lado, como $P(U/S) = 0.20 \neq 0.14 = P(U)$, entonces U y S son dependientes, es decir, podemos afirmar que hay relación entre practicar senderismo y usar aplicaciones de salud.

Pregunta 5. Opción A.

a) Denotamos por X la variable aleatoria «gasto por turista en la zonas rurales de Asturias durante el verano». La media muestral $\bar{x}$ coincide con el punto medio del intervalo de confianza, en cualquiera de los casos. Calculamos el punto medio, por ejemplo, a partir del intervalo (A):

$$\bar{x} = \frac{82.921 + 87.079}{2} = 85$$

Así que, el gasto medio por turista obtenido en la muestra es de 85 €.

- b) Para un nivel de confianza del 95 %, tenemos que $\alpha = 0.05$, por lo que $z_{\alpha/2} = 1.96$. El error máximo admisible (ε) se calcula con la desviación típica ($\sigma = 15$) y el tamaño de la muestra ($n = 200$) mediante la expresión de la semiamplitud del intervalo de confianza:

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{15}{\sqrt{200}} \simeq 2.079$$

Construimos el intervalo $(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon) = (85 - 2.079, 85 + 2.079) = (82.921, 87.079)$, por lo que el intervalo que corresponde al nivel 95 % de confianza es el (A)

- c) La anchura o la amplitud de un intervalo es $2 \cdot \varepsilon = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Como σ y n son los mismos, la amplitud depende exclusivamente de $z_{\alpha/2}$:

- A mayor nivel de confianza, el valor de $z_{\alpha/2}$ aumenta $\Leftrightarrow$ el intervalo es más amplio o más ancho.
- A menor nivel de confianza, el valor de $z_{\alpha/2}$ disminuye $\Leftrightarrow$ el intervalo es menos amplio o más estrecho.

Comparamos la amplitud o la semiamplitud (ε) de los tres intervalos:

- Intervalo (A): $\varepsilon = 87.079 - 85 = 2.079$ (intermedio).
- Intervalo (B): $\varepsilon = 86.358 - 85 = 1.358$ (el más estrecho).
- Intervalo (C): $\varepsilon = 87.471 - 85 = 2.471$ (el más ancho).

Por lo tanto, el intervalo que correspondería al nivel 80 % de confianza es el (B).

Pregunta 5. Opción B.

- a) Si denotamos por p la proporción de personas en la población a favor de la propuesta, y por $\hat{p}$ la proporción de personas muestral, en un intervalo de confianza para la proporción poblacional, $\hat{p}$ es el punto medio del intervalo. Calculamos su valor a partir del intervalo (0.52, 0.60):

$$\hat{p} = \frac{0.52 + 0.60}{2} = 0.56$$

Por otro lado, el error máximo de estimación (ε) es la semiamplitud del intervalo:

$$\varepsilon = \frac{0.60 - 0.52}{2} = 0.04.$$

- b) Para que los responsables políticos estén seguros (con un 95 % de confianza) de que existe una mayoría, el límite inferior del intervalo de confianza debería ser superior a 0.50 (una proporción mayor del 50 %). En este caso, el intervalo es (0.52, 0.60). Como el valor más bajo esperado para la proporción poblacional es 0.52, y este es mayor que 0.50, podemos afirmar que pueden estar seguros (con una confianza del 95 %) de que la mayoría apoya la propuesta.

- c) La relación entre el error máximo (ε) y el tamaño de la muestra (n) viene dada por la fórmula:

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

Por lo tanto, el error es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño muestral. Dado que, ahora mismo, el error es $\varepsilon = 0.04$, debería disminuir para ser 0.01 (el 1 %), es necesario que el tamaño de muestra aumente. Concretamente, si se asume que $z_{\alpha/2}$ y $\hat{p}$ no cambian, ε debe reducirse a más de la cuarta parte. Aplicando esta idea, lo que supone que debemos multiplicar por 4 la raíz del tamaño muestral, es decir, multiplicar n por al menos $4^2 = 16$:

$$n \geq \frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \hat{p}(1 - \hat{p})}{0.01^2}$$

Así que, para que el error sea inferior al 1 %, el tamaño de la muestra debería ser superior o igual a $16 \cdot 500 = 8000$ personas. No obstante, haciéndolo así arrastramos errores de los redondeos iniciales y, como son cantidades grandes, pueden suponer diferencias importantes. Así que podemos calcular el valor de n directamente fijando el nuevo error en 0.01 y sustituyendo los datos ($z_{0.025} = 1.96$, $\hat{p} = 0.56$ y $\varepsilon = 0.01$). Así, tenemos que:

$$n \geq \frac{1.96^2 \cdot 0.56 \cdot 0.44}{0.01^2} = \frac{3.8416 \cdot 0.2464}{0.0001} = 9465.7024$$

Por tanto, para asegurar que el error máximo no supere el 1 %, el nuevo tamaño de la muestra debe ser de al menos 9466 personas.

Criterios de corrección

Pregunta 1. Opción A.

- a) Responder correcta y justificadamente a la pregunta: **0.5 puntos**.
- b) Responder correcta y justificadamente a la pregunta: **1 punto**.
- c) Explicar correctamente qué gráfica se corresponde: **1 punto**.

Pregunta 1. Opción B.

- a) Determinar correctamente el valor de «a»: **1 punto**.
- b) Encontrar el máximo y su valor: **1 punto**.
Encontrar el mínimo: **0.5 puntos**.

Pregunta 2. Opción A.

- a) Determinar el número de cuadrados grises en la figura 17: **1 punto**.
Encontrar la fórmula general y explicar cómo se ha obtenido: **1 punto**.
- b) Responder justificada y correctamente a las preguntas: **0.5 puntos**.

Pregunta 2. Opción B.

- a) Señalar justificadamente los vértices: **1 punto**.
- b) Responder correcta y justificadamente a la pregunta: **0.5 puntos**.
- c) Responder correcta y justificadamente a la pregunta: **1 punto**.

Pregunta 3. Opción A.

- a) Responder correcta y justificadamente respecto a la existencia de un valor k en esas condiciones y, en su caso, hallarlo: **1 punto**.
- b) Determinar el número de soluciones que existen para el valor de k : **0.5 puntos**.
Calcular las soluciones: **0.5 puntos**.
Explicar si tienen sentido en el contexto del problema: **0.5 puntos**.

Pregunta 3. Opción B.

- a) Plantear correctamente el sistema: **1 punto**.
- b) Encontrar para qué valores de m el sistema tiene solución, de manera justificada: **1 punto**.
Determinar la solución para un valor de m válido: **0.5 puntos**.

Pregunta 4. Opción A.

- a) Calcular la probabilidad solicitada: **0.5 puntos**.
- b) Calcular la probabilidad solicitada: **1.5 puntos**.
- c) Responder correcta y justificadamente a la pregunta, a partir de argumentos estocásticos: **0.5 puntos**.

Pregunta 4. Opción B.

- a) Representar correcta y justificadamente el problema adecuadamente: **0.5 puntos**.
- b) Calcular la probabilidad solicitada: **1 punto**.
- c) Calcular la probabilidad solicitada: **0.5 puntos**.
Responder correcta y justificadamente a la pregunta, a partir de argumentos estocásticos: **0.5 puntos**.

Pregunta 5. Opción A.

- a) Responder correcta y justificadamente a la pregunta, a partir de argumentos estocásticos: **0.5 puntos**.
- b) Responder correcta y justificadamente a la pregunta, con argumentos estocásticos: **1 punto**.
- c) Explicar correctamente la relación entre amplitud y confianza: **0.5 puntos**.
Justificar el intervalo correcto: **0.5 puntos**.

Pregunta 5. Opción B.

- a) Determinar la proporción muestral y el error de estimación: **1 punto**.
- b) Responder correcta y justificadamente a la pregunta, con argumentos estocásticos: **0.5 puntos**.
- c) Responder correcta y justificadamente a la pregunta sobre cómo se modificaría el tamaño muestral, con argumentos estocásticos: **0.5 puntos**.
Determinar el nuevo tamaño muestral: **0.5 puntos**.