

Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas.

Solo están permitidas **las calculadoras de tipo 1 y 2**. Cada ejercicio completo puntuará **2.5 puntos**.

Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1.- En una Comunidad Autónoma, el 75% de las personas reside en núcleos urbanos, el 10% en núcleos rurales, y, el 15% restante, en núcleos periurbanos. En estos núcleos, las personas que viven de alquiler suponen el 40% en los urbanos, el 10% en los rurales y el 30% en los periurbanos.

- Calcula la probabilidad de que una persona, elegida al azar, viva de alquiler. **(1 punto)**
- Si una persona, elegida al azar, vive de alquiler, calcula la probabilidad de que lo haga en un núcleo urbano. **(1 punto)**
- Si se seleccionan al azar dos personas, calcula la probabilidad de que una de ellas resida en un núcleo rural y la otra en uno periurbano. **(0.5 puntos)**

Ejercicio 2.- Un grupo de 30 alumnos de 2º de bachillerato realiza una votación a fin de determinar el campus universitario que prefieren visitar: Ciudad Real, Cuenca y Toledo. El número de los que prefieren Ciudad Real triplica al número de los que prefieren Toledo. El 40 % de los que prefieren Cuenca coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos lugares. Halla el número de votos que obtuvo cada campus. **(Planteamiento: 1,5 puntos. Resolución: 1 punto)**

Ejercicio 3.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq k \\ -3x^2 + 3 & \text{si } x > k \end{cases}$

- ¿Para qué valores de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**
- Si $k = -1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.75 puntos)**
- En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es creciente y en cuáles es decreciente. **(0.75 puntos)**

Apartado b) El volumen de agua, en millones de litros, almacenado por el embalse de Alarcón a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t en años viene dado por la función: $V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$ con $0 \leq t \leq 11$.

- La cantidad de agua almacenada en el último año. **(0.25 puntos)**
- El año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo. **(1 punto)**
- El volumen máximo que se alcanzó en ese periodo. **(0.25 puntos)**
- Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $AXA^{-1} = B$. **(1 punto)**

Ejercicio 4.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Un fabricante de abanicos dispone de dos modelos, A y B. El modelo A requiere, para su fabricación, 40 cm^2 de papel, 80 cm^2 de lámina de madera y 1 enganche metálico. El modelo B requiere: 60 cm^2 de papel, 160 cm^2 de lámina de madera y 1 enganche metálico. El coste de producción de cada modelo es de 1,20 € el de A y 1,30 € el de B. El precio de venta es de 3 € cada uno, independientemente del modelo. Teniendo en cuenta que las existencias son de 3000 cm^2 de papel, 7200 cm^2 de lámina de madera y 70 enganches.

- a.1) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. **(1.5 puntos)**
- a.2) Determina el número de abanicos que deben fabricarse y venderse para que el beneficio sea máximo y encuentra dicho beneficio máximo. **(1 punto)**

Apartado b) Una empresa fitosanitaria afirma que la duración, en días, del efecto de su fungicida sigue una distribución normal con una desviación típica de $\sigma = 6$ días. Se suministra el fungicida a una muestra aleatoria de 16 plantas y se observa que la duración media del efecto es de 16 días. Con un nivel de confianza del 95%,

- b.1) Obtén un intervalo de confianza para la duración media poblacional del efecto. **(1 punto)**
- b.2) Explica, justificando la respuesta, cuál sería la amplitud del intervalo de confianza anterior si se aumenta la muestra a 64 plantas. **(0.75 puntos)**
- b.3) Si se desea que una duración media de 14 días del efecto no esté contenida en el intervalo del apartado b.1), justifique si se debe aumentar o disminuir el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

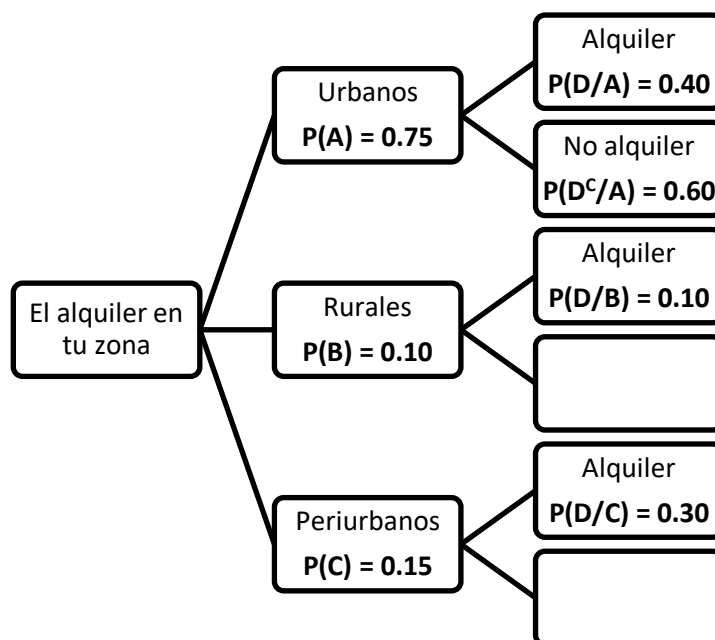
SOLUCIONES

Ejercicio 1.- En una Comunidad Autónoma, el 75% de las personas reside en núcleos urbanos, el 10% en núcleos rurales, y, el 15% restante, en núcleos periurbanos. En estos núcleos, las personas que viven de alquiler suponen el 40% en los urbanos, el 10% en los rurales y el 30% en los periurbanos.

- a) Calcula la probabilidad de que una persona, elegida al azar, viva de alquiler. **(1 punto)**
 b) Si una persona, elegida al azar, vive de alquiler, calcula la probabilidad de que lo haga en un núcleo urbano. **(1 punto)**
 c) Si se seleccionan al azar dos personas, calcula la probabilidad de que una de ellas resida en un núcleo rural y la otra en uno periurbano. **(0.5 puntos)**

Llamamos A al suceso “La persona elegida vive en núcleos urbanos”, B al suceso “La persona elegida vive en núcleos rurales”, C al suceso “La persona elegida vive en núcleos periurbanos” y D a “la persona vive en alquiler”.

Realizamos un diagrama de árbol para ordenar toda la información proporcionada en términos de probabilidad.



- a) Nos piden calcular $P(D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) =$$

$$= 0.75 \cdot 0.40 + 0.10 \cdot 0.10 + 0.15 \cdot 0.30 = \boxed{0.355}$$

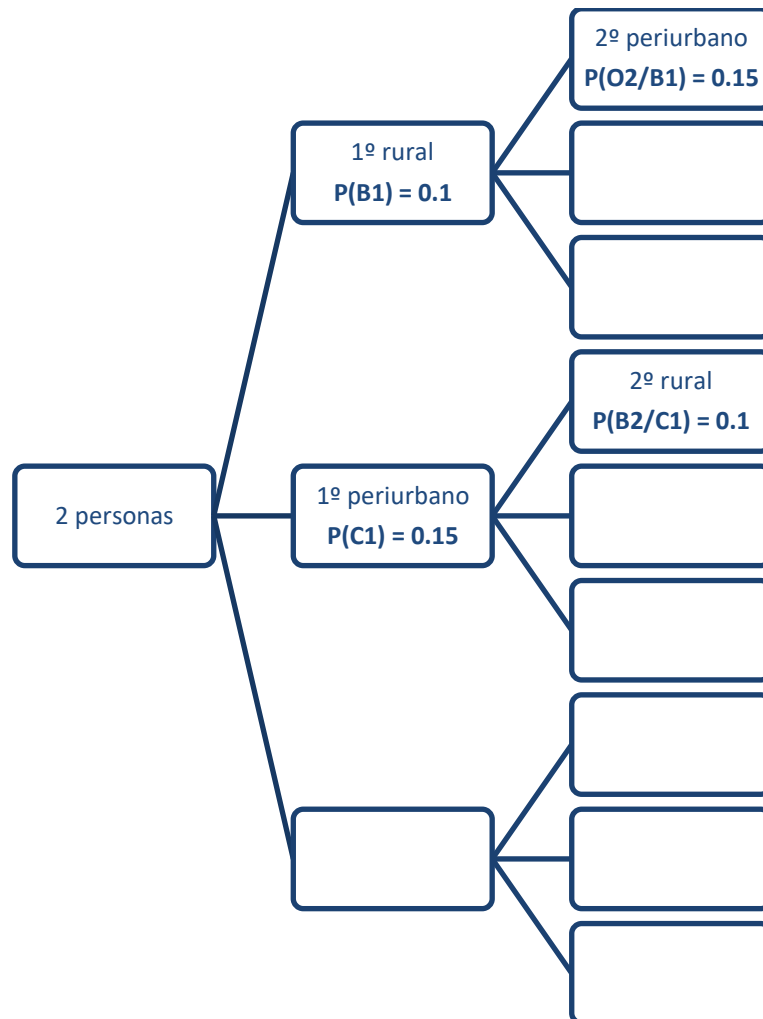
La probabilidad de que una persona, elegida al azar, viva de alquiler vale 0.355.

- b) Nos piden calcular $P(A/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(P(A/D)) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{P(D)} = \frac{0.75 \cdot 0.4}{0.355} = \boxed{\frac{60}{71} \approx 0.8451}$$

Si una persona, elegida al azar, vive de alquiler, la probabilidad de que lo haga en un núcleo urbano es de 0.8451.

c) Nos piden calcular $P((C1 \cap B2) \cup (B1 \cap C2))$. Realizamos un diagrama de árbol.



$$P((C1 \cap B2) \cup (B1 \cap C2)) = P(B1 \cap C2) + P(C1 \cap B2) =$$

$$= P(B1)P(C2/B1) + P(C1)P(B2/C1) = 0.1 \cdot 0.15 + 0.15 \cdot 0.1 = \boxed{0.03}$$

Al seleccionar al azar dos personas la probabilidad de que una de ellas resida en un núcleo rural y la otra en uno periurbano vale 0.03.

Ejercicio 2.- Un grupo de 30 alumnos de 2º de bachillerato realiza una votación a fin de determinar el campus universitario que prefieren visitar: Ciudad Real, Cuenca y Toledo. El número de los que prefieren Ciudad Real triplica al número de los que prefieren Toledo. El 40 % de los que prefieren Cuenca coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos lugares. Halla el número de votos que obtuvo cada campus. **(Planteamiento: 1,5 puntos. Resolución: 1 punto)**

Llamamos “x”, “y”, “z” al número de alumnos que prefieren visitar Ciudad Real, Cuenca y Toledo, respectivamente.

Obtenemos las ecuaciones asociadas a cada una de las informaciones proporcionadas.

“Un grupo de 30 alumnos de 2º de bachillerato realiza una votación a fin de determinar el campus universitario que prefieren visitar” $\rightarrow x + y + z = 30$

“El 40 % de los que prefieren Cuenca coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos lugares” $\rightarrow 0.40 \cdot y = \frac{x + z}{5}$.

“El número de los que prefieren Ciudad Real triplica al número de los que prefieren Toledo” $\rightarrow x = 3z$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ 0.40 \cdot y = \frac{x + z}{5} \\ x = 3z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ 2y = x + z \\ x = 3z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3z + y + z = 30 \\ 2y = 3z + z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 4z = 30 \\ 2y = 4z \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 4z = 30 \\ y = 2z \end{array} \right\} \Rightarrow 2z + 4z = 30 \Rightarrow 6z = 30 \Rightarrow \boxed{z = 5} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 3 \cdot 5 = 15} \\ \boxed{y = 2 \cdot 5 = 10} \end{array} \right.$$

Hay 15 alumnos que desean visitar el campus de Ciudad Real, 10 el de Cuenca y 5 el de Toledo.

Ejercicio 3.- Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq k \\ -3x^2 + 3 & \text{si } x > k \end{cases}$

- a.1) ¿Para qué valores de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**
 a.2) Si $k = -1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.75 puntos)**
 a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es creciente y en cuáles es decreciente. **(0.75 puntos)**

a.1) La función debe ser continua en $x = k$.

$$\left. \begin{aligned} f(k) &= k^2 + 4k + 3 \\ \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^-} x^2 + 4x + 3 = k^2 + 4k + 3 \\ \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^+} -3x^2 + 3 = -3 \cdot k^2 + 3 = 3 - 3k^2 \\ \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = f(k) \end{aligned} \right\} \Rightarrow k^2 + 4k + 3 = 3 - 3k^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4k^2 + 4k = 0 \Rightarrow 4k(k+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k + 1 = 0 \rightarrow k = -1 \end{cases}$$

Si $k = 0$ o $k = -1$ la función es continua en $x = k$.

a.2) Si $k = -1$ buscamos los puntos críticos de la función.

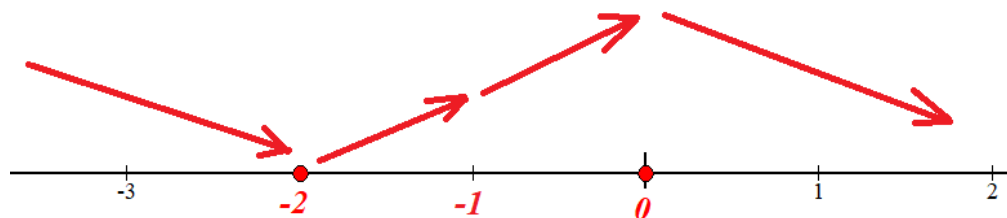
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ -3x^2 + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x < -1 \\ -6x & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2 \in (-\infty, -1) \\ -6x = 0 \rightarrow x = 0 \in (-1, +\infty) \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x = -2$, $x = -1$ y $x = 0$.

- En el intervalo $(-\infty, -2)$ tomamos $x = -3$ y la derivada vale $f'(-3) = 2(-3) + 4 = -2 < 0$. La función decrece en $(-\infty, -2)$.
- En el intervalo $(-2, -1)$ tomamos $x = -1.5$ y la derivada vale $f'(-1.5) = 2(-1.5) + 4 = 1 > 0$. La función crece en $(-2, -1)$.
- En el intervalo $(-1, 0)$ tomamos $x = -0.5$ y la derivada vale $f'(-0.5) = -6(-0.5) = 3 > 0$. La función crece en $(-1, 0)$.
- En el intervalo $(0, +\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = -6 \cdot 1 = -6 < 0$. La función decrece en $(0, +\infty)$.

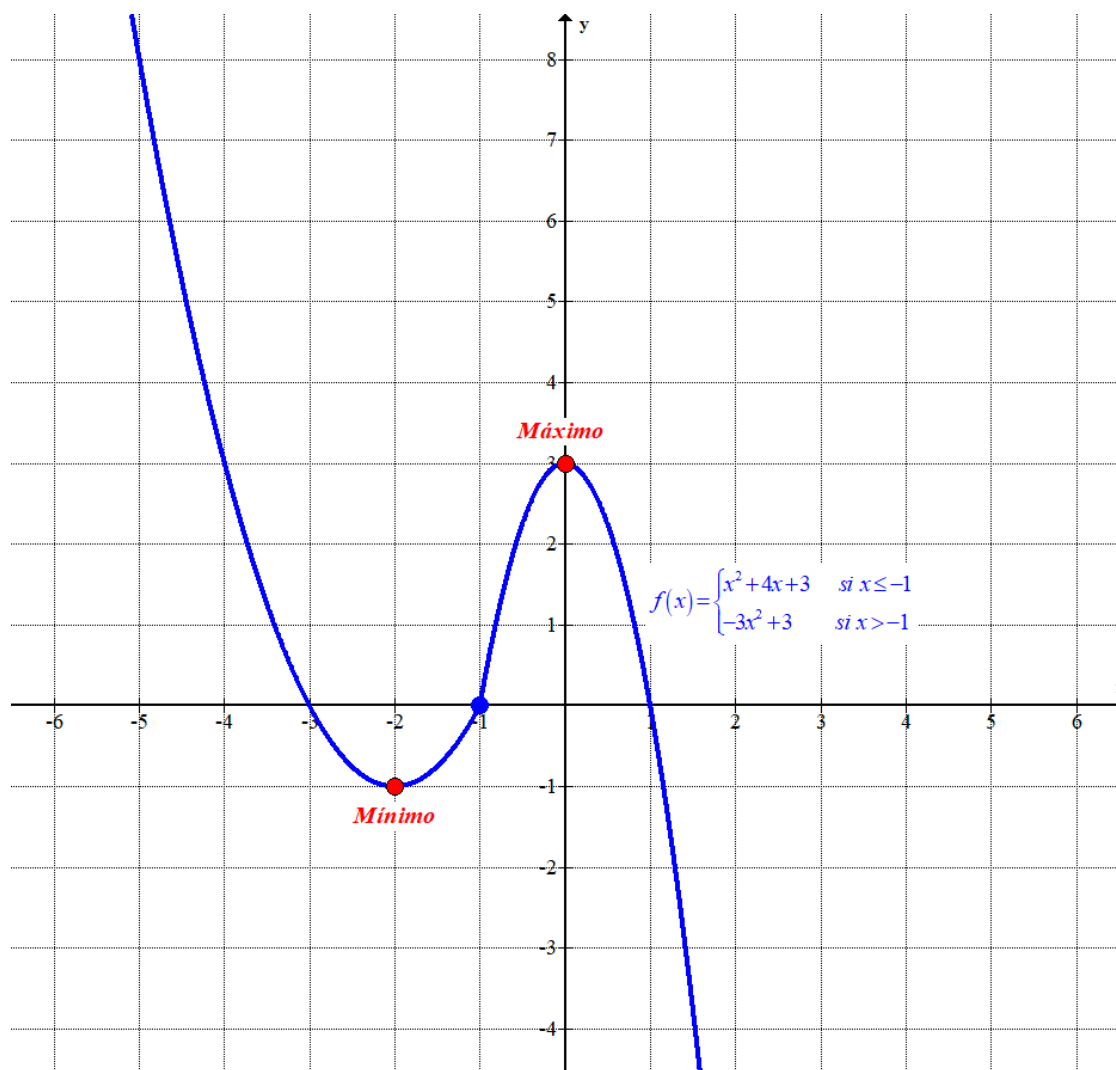
La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un mínimo relativo en $x = -2$ y un máximo relativo en $x = 0$.

Como $f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$ y $f(0) = -3 \cdot 0^2 + 3 = 3$ las coordenadas del mínimo relativo son $(-2, -1)$ y las del máximo relativo son $(0, 3)$.

a.3) Para $k = -1$ la función es decreciente en $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ y creciente en $(-2, 0)$.



Ejercicio 3.- Apartado b) El volumen de agua, en millones de litros, almacenado por el embalse de Alarcón a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t en años viene dado por la función: $V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$ con $0 \leq t \leq 11$.

- b.1) La cantidad de agua almacenada en el último año. **(0.25 puntos)**
 b.2) El año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo. **(1 punto)**
 b.3) El volumen máximo que se alcanzó en ese periodo. **(0.25 puntos)**
 b.4) Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $AXA^{-1} = B$. **(1 punto)**

b.1) Calculamos $V(11)$.

$$V(11) = 11^3 - 24 \cdot 11^2 + 180 \cdot 11 + 8000 = 8407$$

El último año el embalse de Alarcón tiene almacenados 8407 millones de litros.

b.2) Derivamos la función y averiguamos cuando se anula.

$$V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000 \Rightarrow V'(t) = 3t^2 - 48t + 180$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 48t + 180 = 0 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{16+4}{2} = 10 \in [0,11] \\ \frac{16-4}{2} = 6 \in [0,11] \end{cases}$$

Sustituimos estos dos puntos críticos en la segunda derivada.

$$V'(t) = 3t^2 - 48t + 180 \Rightarrow V''(t) = 6t - 48 \Rightarrow \begin{cases} V''(6) = 6 \cdot 6 - 48 = -12 < 0 \\ V''(10) = 6 \cdot 10 - 48 = 12 > 0 \end{cases}$$

Para $x = 6$ la primera derivada se anula y la segunda toma valor negativo. La función tiene un máximo relativo en $x = 6$.

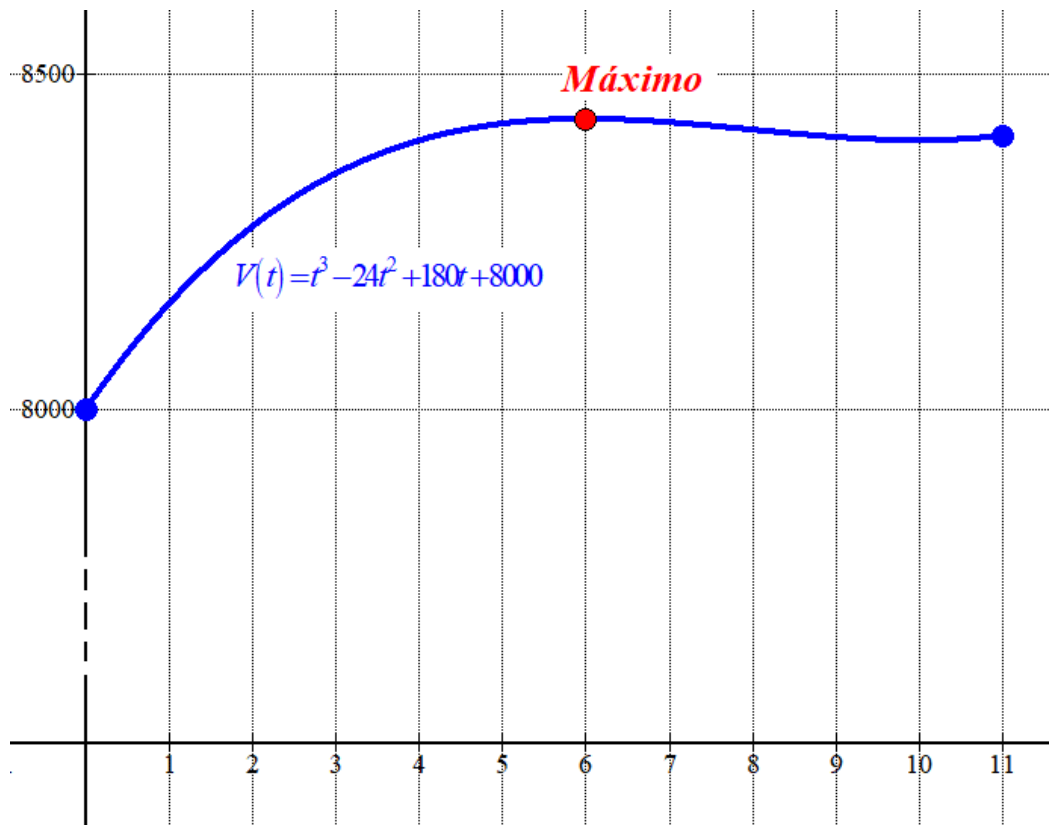
Para $x = 10$ la primera derivada se anula y la segunda toma valor positivo. La función tiene un mínimo relativo en $x = 10$.

El año en el que el volumen almacenado fue máximo fue en el sexto.

b.3) En el año 6 se almacenó un volumen máximo de agua.

$$V(6) = 6^3 - 24 \cdot 6^2 + 180 \cdot 6 + 8000 = 8432$$

Este volumen máximo es de 8432 millones de litros de agua.



b.4) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$AXA^{-1} = B \Rightarrow A^{-1}AXA^{-1}A = A^{-1}BA \Rightarrow X = A^{-1}BA$$

Hallamos la matriz inversa de A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \quad A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^T)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}{-2} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Hallamos la expresión de la matriz X.

$$\begin{aligned} X = A^{-1}BA &= \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} -8-6 & 9+7 \\ 12 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} -14 & 16 \\ 12 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 7+8 \\ -12 & -6-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 15 \\ -12 & -13 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matriz X que cumple la igualdad $AXA^{-1} = B$ tiene la expresión $X = \begin{pmatrix} 14 & 15 \\ -12 & -13 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Apartado a) Un fabricante de abanicos dispone de dos modelos, A y B. El modelo A requiere, para su fabricación, 40 cm² de papel, 80 cm² de lámina de madera y 1 enganche metálico. El modelo B requiere: 60 cm² de papel, 160 cm² de lámina de madera y 1 enganche metálico. El coste de producción de cada modelo es de 1,20 € el de A y 1,30 € el de B. El precio de venta es de 3 € cada uno, independientemente del modelo. Teniendo en cuenta que las existencias son de 3000 cm² de papel, 7200 cm² de lámina de madera y 70 enganches.

a.1) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. **(1.5 puntos)**

a.2) Determina el número de abanicos que deben fabricarse y venderse para que el beneficio sea máximo y encuentra dicho beneficio máximo. **(1 punto)**

a.1) Llamamos “x” al número de abanicos del modelo A que se fabrican e “y” al número de abanicos del modelo B.

El coste de producción de cada modelo es de 1,20 € el de A y 1,30 € el de B. El precio de venta es de 3 € cada uno, independientemente del modelo. El beneficio que se obtiene con cada abanico del modelo A es de $3 - 1.2 = 1.8$ € y $3 - 1.3 = 1.7$ € con cada abanico del modelo B.

	cm ² de papel	cm ² de lámina de madera	Enganches	Beneficio
Nº abanicos A (x)	40x	80x	x	1.8x
Nº abanicos B (y)	60y	160y	y	1.7y
	40x + 60y	80x + 160y	x + y	1.8x + 1.7y

La función objetivo es el beneficio que se obtiene con la venta de los abanicos que viene expresado como $B(x, y) = 1.8x + 1.7y$. Deseamos maximizar dicho beneficio.

Obtenemos las inecuaciones asociadas al ejercicio.

“Las existencias son de 3000 cm² de papel, 7200 cm² de lámina de madera y 70 enganches”
 $\rightarrow 40x + 60y \leq 3000; 80x + 160y \leq 7200; x + y \leq 70$.

“Las cantidades deben ser positivas” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$.

Reunimos estas restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 40x + 60y \leq 3000 \\ 80x + 160y \leq 7200 \\ x + y \leq 70 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 150 \\ x + 2y \leq 90 \\ x + y \leq 70 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Representamos las rectas que delimitan la región del plano que cumple las restricciones.

$$2x + 3y = 150$$

$$x + 2y = 90$$

$$x + y = 70$$

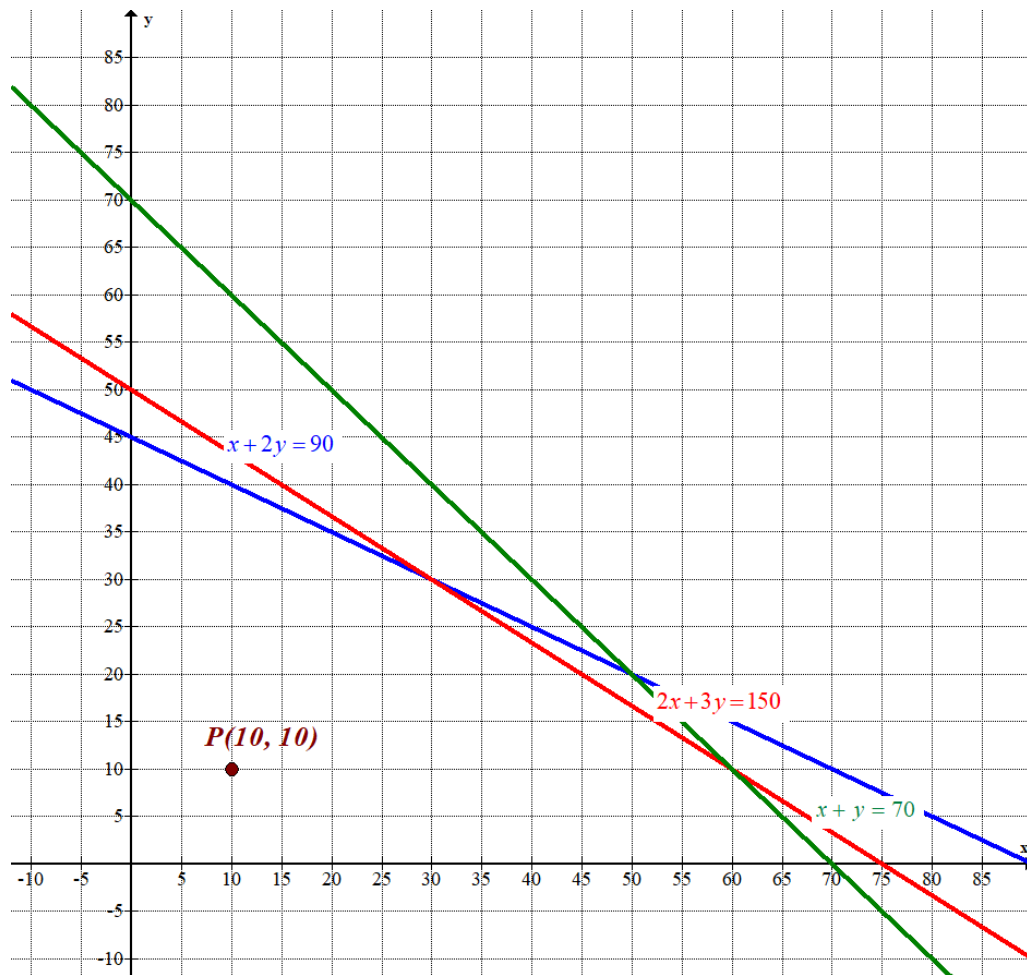
$$x \geq 0; y \geq 0$$

x	y = $\frac{150 - 2x}{3}$
0	50
30	30
60	10
75	0

x	y = $\frac{90 - x}{2}$
0	45
30	30
50	20
90	0

x	y = 70 - x
0	70
50	20
60	10
70	0

Primer
cuadrante



Como las restricciones son

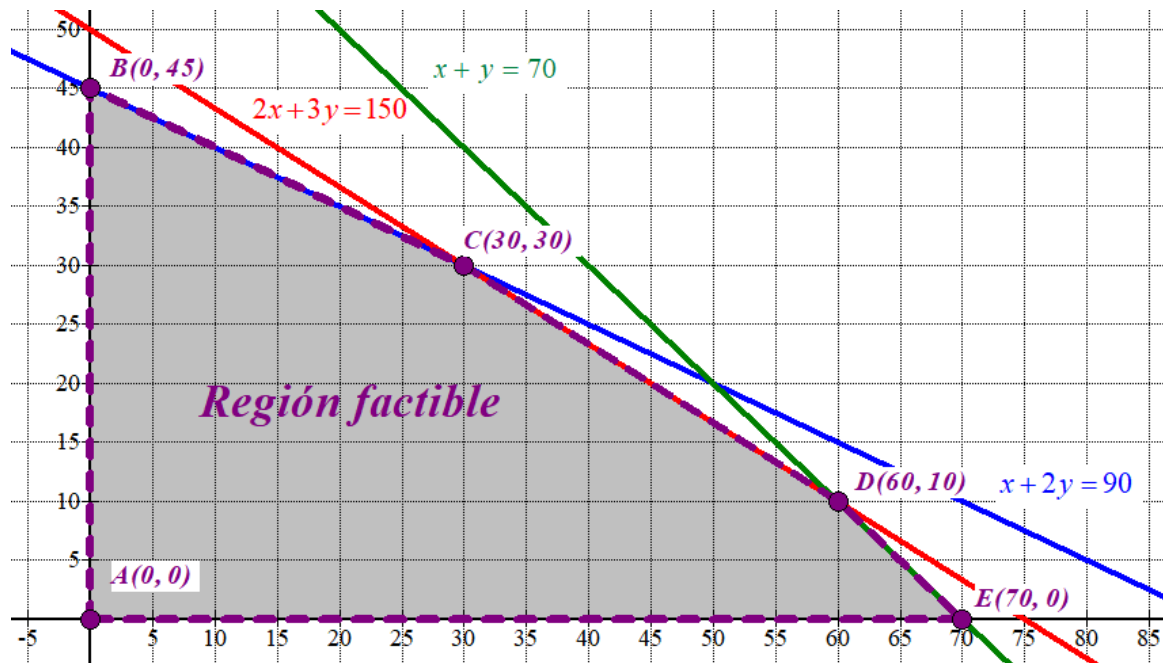
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 150 \\ x + 2y \leq 90 \\ x + y \leq 70 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la zona del primer cuadrante}$$

situada por debajo de las rectas azul, verde y roja.

Comprobamos si el punto $P(10, 10)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 20 + 30 \leq 150 \\ 10 + 20 \leq 90 \\ 10 + 10 \leq 70 \\ 10 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el dibujo siguiente.



a.2) Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 1.8x + 1.7y$ en cada vértice de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 45) \rightarrow B(0, 45) = 1.8 \cdot 0 + 1.7 \cdot 45 = 76.5$$

$$C(30, 30) \rightarrow B(30, 30) = 1.8 \cdot 30 + 1.7 \cdot 30 = 105$$

$$D(60, 10) \rightarrow B(60, 10) = 1.8 \cdot 60 + 1.7 \cdot 10 = 125$$

$$E(70, 0) \rightarrow B(70, 0) = 1.8 \cdot 70 + 1.7 \cdot 0 = 126 \text{ Máximo}$$

El máximo valor es 126 y se consigue en el vértice E(70, 0).

El máximo beneficio que se puede conseguir es de 126 euros con la elaboración y venta de 70 abanicos del modelo A y ninguno del modelo B.

Ejercicio 4.- Apartado b) Una empresa fitosanitaria afirma que la duración, en días, del efecto de su fungicida sigue una distribución normal con una desviación típica de $\sigma = 6$ días. Se suministra el fungicida a una muestra aleatoria de 16 plantas y se observa que la duración media del efecto es de 16 días. Con un nivel de confianza del 95%,

b.1) Obtén un intervalo de confianza para la duración media poblacional del efecto. **(1 punto)**

b.2) Explica, justificando la respuesta, cuál sería la amplitud del intervalo de confianza anterior si se aumenta la muestra a 64 plantas. **(0.75 puntos)**

b.3) Si se desea que una duración media de 14 días del efecto no esté contenida en el intervalo del apartado b.1), justifique si se debe aumentar o disminuir el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

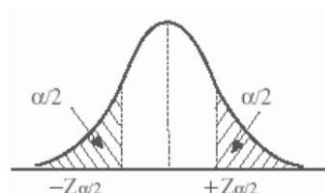
b.1) Sea X = la duración, en días, del efecto de su fungicida. $X = N(\mu, 6)$.

Tamaño de la muestra $n = 16$. La media muestral es $\bar{x} = 16$ días.

Con un nivel de confianza del 95 % determinamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}} = 2.94 \text{ días}$$

El intervalo de confianza para la media de la duración, en días, del efecto del fungicida es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (16 - 2.94, 16 + 2.94) = (13.06, 18.94)$$

b.2) Cambiamos el tamaño de la muestra a 64 plantas. Calculamos el error.

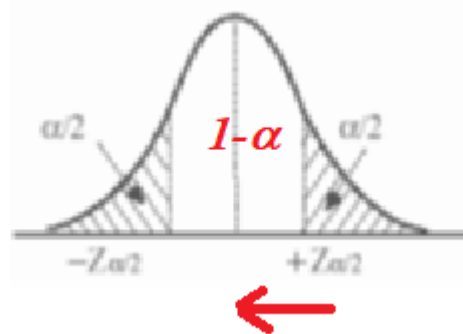
$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{64}} = 1.47 \text{ días.}$$

La amplitud del intervalo de confianza es el doble del error, por lo que la amplitud sería de 2.94.

b.3) El intervalo obtenido en el apartado b.1) era $(13.06, 18.94)$, que contiene el valor 14.

Para que no lo contenga debemos reducir la amplitud del intervalo de confianza, que obtenemos del cálculo del Error.

El Error lo obtenemos con la fórmula $Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Para que sea menor debemos reducir el valor de $z_{\alpha/2}$, y para ello debemos disminuir el nivel de confianza



Lo comprobamos tomando un nivel de confianza del 59.9 %.

Tamaño de la muestra $n = 16$. La media muestral es $\bar{x} = 16$ días.

Con un nivel de confianza del 59.9 % obtenemos el valor crítico $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.599 \rightarrow \alpha = 0.401 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.2005 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.7995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 0.84$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995

Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.84 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}} = 1.26 \text{ días}$$

El intervalo de confianza para la media de la duración, en días, del efecto del fungicida es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (16 - 1.26, 16 + 1.26) = (14.74, 17.26)$$

La media de 14 días ya no pertenece al intervalo de confianza obtenido con un nivel de confianza del 59.9% (menor que 95%).