

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

El examen consta de **4 preguntas**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección. **Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas.**

CALIFICACIÓN: cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos.

DURACIÓN: 90 minutos.

PREGUNTA 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Esta pregunta no tiene opcionalidad.

Se está realizando un estudio sobre las ventas de mochilas de una marca deportiva en los pequeños establecimientos de una gran ciudad. Esta marca tiene dos tipos de mochilas, unas realizadas con material impermeable, que están indicadas preferentemente para deportes acuáticos, y otras fabricadas en lona no impermeable.

1.a) (1,3 puntos) Se supone que el precio de las mochilas sigue una distribución normal con desviación típica de 25 euros. Si se ha seleccionado una muestra de 50 comercios y se ha obtenido que el precio medio de venta de estas mochilas es de 43,55 euros, obtenga un intervalo de confianza al 97,8 % para la media de la distribución.

1.b) (1,2 puntos) Si se desea saber cuál es la proporción de clientes que prefieren las mochilas realizadas con material impermeable, ¿cuál es el número de comercios necesario para que dicha proporción tenga un error de muestreo inferior al 5 %? Utilice un nivel de confianza del 95 %. Considere el caso más conservador en el que $p = q = 0,5$.

PREGUNTA 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 2.1 o bien 2.2.**2.1. Dadas las matrices**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2.1.a) (1 punto) Calcule, si existe, la matriz $D = (AB + I)^{-1}$, donde M^{-1} significa la matriz inversa de M e I es la matriz identidad.

2.1.b) (1,5 puntos) Obtenga, si existe, el valor de k para que se verifique $AA^t - kB^tB = C$, donde M^t representa la matriz transpuesta de la matriz M .

2.2. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a .

$$\begin{cases} 3x + ay = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

2.2.a) (1,5 puntos) Discuta la solución del sistema para los diferentes valores de a .

2.2.b) (1 punto) Resuelva el sistema para el valor $a = 3$.

PREGUNTA 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 3.1 o bien 3.2.

3.1. Se está realizando un estudio sobre la utilización de IA por parte de los estudiantes universitarios en la elaboración de trabajos académicos. En dicho estudio participan un 30 % de estudiantes de Humanidades, un 45 % de estudiantes de Ciencias y un 25 % de estudiantes de Derecho. Además, por estudios anteriores, se estima que, en Humanidades el 15 % de los estudiantes utilizan la IA, en Ciencias el 5 % y en Derecho el 25 %.

3.1.a) (0,9 puntos) Obtenga la probabilidad de que, elegido un trabajo al azar, haya sido realizado con la IA.

3.1.b) (0,8 puntos) Si se selecciona un trabajo que no ha sido realizado con la IA, obtenga la probabilidad de que pertenezca a un estudiante de Derecho.

3.1.c) (0,8 puntos) En la Facultad de Derecho, el detector de IA utilizado para este estudio tiene un 90 % de probabilidad de detectar los trabajos que realmente fueron realizados con IA, mientras que en un 8 % de las ocasiones clasifica los trabajos como realizados con la IA cuando realmente no se han realizado con dicha herramienta. Si al pasar un trabajo de un estudiante de Derecho por el detector este señala que se ha realizado con la IA, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente se haya realizado con la IA?

3.2. Se consideran dos sucesos A y B tales que

$$P(A \cap B) = 0,1 \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,7 \quad P(A | B) = 0,4$$

Resuelva las siguientes preguntas:

3.2.a) (0,5 puntos) $P(B)$

3.2.b) (0,5 puntos) $P(A \cup B)$

3.2.c) (0,5 puntos) $P(A)$

3.2.d) (0,5 puntos) $P(\overline{A} | \overline{B})$

3.2.e) (0,5 puntos) ¿Son independientes los sucesos A y B ? Justifique la respuesta

Nota: $\overline{S}$ es el suceso complementario del suceso S .

PREGUNTA 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 4.1 o bien 4.2.

4.1. Considere la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-3x+2} & x < 0 \\ \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 1} & x \geq 0 \end{cases}$$

4.1.a) (0,5 puntos) Determine razonadamente el dominio de la función.

4.1.b) (1 punto) Estudie la continuidad de la función en $x = 0$.

4.1.c) (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. ¿Existe algún extremo de esta función?

4.2. Considere la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$$

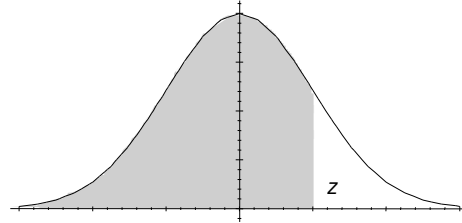
4.2.a) (1 punto) Obtenga los valores de a y b para que la recta tangente a la función en el punto (1,2) sea horizontal.

4.2.b) (1,5 puntos) Si $a = -10$ y $b = 0$, calcule el área delimitada por la función, el eje horizontal y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,1 puntos

Pregunta 1. (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Apartado (1.a): 1,3 puntos.

Determinación del valor $z_{\alpha/2}$	0,5 puntos.
Aplicación de la fórmula del error y obtención del mismo.....	0,5 puntos.
Determinación correcta del intervalo de confianza	0,3 puntos.

Apartado (1.b): 1,2 puntos.

Determinación del valor $z_{\alpha/2}$	0,3 puntos.
Aplicación de la fórmula del error.....	0,4 puntos.
Determinación correcta del tamaño muestral necesario	0,5 puntos.

Pregunta 2. (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Opción 2.1 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (2.1.a): 1 punto.

Obtención de la expresión correcta de AB	0,4 puntos.
Obtención de la expresión correcta de $AB+I$	0,1 puntos.
Cálculo correcto de D	0,5 puntos.

Apartado (2.1.b): 1,5 puntos.

Cálculo correcto de AA^t	0,5 puntos.
Cálculo correcto de BB^t	0,5 puntos.
Cálculo correcto de C	0,2 puntos.
Cálculo correcto de k	0,3 puntos.

Opción 2.2 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (2.2.a): 1,5 puntos.

Cálculo correcto del valor de a	0,3 puntos.
Discusión correcta del sistema.....	1,2 puntos.

Apartado (2.2.b): 1 punto.

Obtención de la solución correcta	1 punto.
---	----------

Pregunta 3. (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Opción 3.1 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (3.1.a): 0,9 puntos.

Planteamiento correcto de la probabilidad.....	0,6 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,3 puntos.

Apartado (3.1.b): 0,8 puntos.

Planteamiento correcto de la probabilidad.....	0,5 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,3 puntos.

Apartado (3.1.c): 0,8 puntos.

Planteamiento correcto de la probabilidad.....	0,5 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.....	0,3 puntos.

NOTA: Por cada suceso no definido, se penalizará con 0,1 puntos en la puntuación total de la Opción.

Opción 3.2 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (3.2.a): 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,5 puntos.

Apartado (3.2.b): 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,5 puntos.

Apartado (3.2.c): 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,5 puntos.

Apartado (3.2.d): 0,5 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,5 puntos.

Apartado (3.2.e): 0,5 puntos.

Justificación correcta de la dependencia de los sucesos..... 0,5 puntos.

Pregunta 4. (Puntuación máxima: 2,5 puntos)

Opción 4.1 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (4.1.a): 0,5 puntos.

Cálculo correcto y justificado del dominio 0,5 puntos.

Apartado (4.1.b): 1 punto.

Aplicación correcta de la definición de continuidad en $x=0$. 0,8 puntos.

Determinación de la no continuidad en $x=0$ 0,2 puntos.

Apartado (4.1.c): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada 0,5 puntos.

Cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento..... 0,3 puntos.

Determinación del mínimo (basta con la abscisa)..... 0,2 puntos

Opción 4.2 Puntuación máxima: 2,5 puntos

Apartado (4.2.a): 1 punto.

Cálculo correcto del valor de a 0,5 puntos.

Cálculo correcto del valor b 0,5 puntos.

Apartado (4.2.b): 1,5 puntos.

Cálculo correcto de los puntos de corte con el eje OX..... 0,3 puntos.

Planteamiento correcto del área..... 0,4 puntos.

Obtención de la integral..... 0,4 puntos

Cálculo correcto del área..... 0,4 puntos.

No se penalizará por no dar el área en u^2