

fPrueba de Acceso a la Universidad

CURSO: 2025-2026

**ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II****Instrucciones:****Las tres primeras preguntas son obligatorias.****En la cuarta pregunta debe seleccionar sólo una opción (A o B) y contestar a todos sus apartados.****PREGUNTA 1:**

Una empresa fabrica dos modelos de patinetes eléctricos (P1 y P2), en tres plantas de producción (A, B y C).

Considere las matrices: $M = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 250 \\ 325 \end{pmatrix}$ y $H = (1 \ 1 \ 1)$

La matriz M recoge información sobre el número de unidades de cada modelo fabricado en cada planta de producción. La matriz P contiene el precio unitario de venta (en euros) de cada modelo de patinete, P1 y P2, respectivamente.

- Indique la dimensión de la matriz M. Interprete el significado de su elemento a_{21} . (0.5 puntos)
- Calcule la matriz $H \cdot M$. Indique su dimensión y explique qué representan sus elementos en el contexto del problema. (0.75 puntos)
- Calcule, realizando la operación matricial necesaria, la matriz que refleje, para cada planta de producción, el ingreso obtenido por las ventas de ambos modelos de patinetes. ¿Qué planta es la que obtiene un menor ingreso y cuánto dinero ingresa? (1.25 puntos)

PREGUNTA 2:

Tras un vertido accidental, el nivel de contaminación de un lago (en partes por millón, ppm) varía según el tiempo (en días) de acuerdo a la siguiente función:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 20 & \text{si } 9 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t - 64}{t - 5} & \text{si } t > 6 \end{cases}$$

Responda a las siguientes cuestiones:

- Demuestre que el nivel de contaminación es continuo en el sexto día. (0.75 puntos)
- ¿En qué momento de los primeros 6 días la contaminación fue mínima? ¿Qué nivel de contaminación se alcanzó? (1.25 puntos)
- Si no se realiza ninguna limpieza adicional, ¿a qué nivel de contaminación tenderá el lago de forma estable con el paso del tiempo? (0.5 puntos)

PREGUNTA 3:

Un gobierno está preocupado por el absentismo laboral de sus empleados públicos. La duración de las bajas laborales en este sector sigue una distribución normal, con varianza 144 días². A partir de una muestra de tamaño 36, se calculó el siguiente intervalo de confianza para la duración media (en días) de las bajas laborales de los empleados públicos: [34.85, 45.15].

- Determine la media muestral y el error máximo cometido en la estimación. (0.5 puntos)
- Calcule el nivel de confianza de este intervalo, justificando su respuesta. (1.5 puntos)
- Interprete el intervalo de confianza en el contexto del problema. (0.5 puntos)

PREGUNTA 4**OPCIÓN A:**

i) Resuelva gráficamente el siguiente problema de programación lineal y proporcione el valor de la solución óptima. (1.5 puntos)

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x, y) = 9x + 6y \\ \text{sujeto a} & \begin{cases} 30x + 20y \leq 600 \\ y \geq 2x \\ x \geq 5 \\ y \geq 10 \end{cases} \end{array}$$

ii) Calcule la derivada de la función $f(x) = 4 + 7x^3 \cdot \cos(5x) + \ln(2x - 5)$. (1 punto)

OPCIÓN B:

i) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 19 & 17 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, determine las matrices X e Y que son solución del siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} X + 2Y = A^t \\ 3X - Y = B \end{cases} \quad (1.25 \text{ puntos})$$

ii) Calcule $\int_0^4 \frac{5}{\sqrt{6x+1}} dx$. (1.25 puntos)

Tabla de la distribución normal estándar $Z \sim N(0,1)$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0076	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$



SOLUCIONES

PREGUNTA 1:

Una empresa fabrica dos modelos de patinetes eléctricos (P1 y P2), en tres plantas de producción (A, B y C).

Considere las matrices: $M = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 250 \\ 325 \end{pmatrix}$ y $H = (1 \ 1 \ 1)$

La matriz M recoge información sobre el número de unidades de cada modelo fabricado en cada planta de producción. La matriz P contiene el precio unitario de venta (en euros) de cada modelo de patinete, P1 y P2, respectivamente.

- i) Indique la dimensión de la matriz M. Interprete el significado de su elemento a_{21} . (0.5 puntos)
- ii) Calcule la matriz $H \cdot M$. Indique su dimensión y explique qué representan sus elementos en el contexto del problema. (0.75 puntos)
- iii) Calcule, realizando la operación matricial necesaria, la matriz que refleje, para cada planta de producción, el ingreso obtenido por las ventas de ambos modelos de patinetes. ¿Qué planta es la que obtiene un menor ingreso y cuánto dinero ingresa? (1.25 puntos)

i) La matriz M es de dimensión 3×2 . El elemento que ocupa la segunda fila y primera columna es $a_{21} = 65$ que significa que la fábrica B produce 65 patinetes del modelo P1.

ii) Hacemos el producto de matrices pedido.

$$H \cdot M = (1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix} = (150 + 65 + 85 \quad 100 + 55 + 70) = (300 \quad 225)$$

$$1 \times \boxed{3 \cdot 3} \times 2 \longrightarrow 1 \times 2$$

La matriz $H \cdot M$ tiene dimensión 1×2 . En ella aparecen el número total de patinetes del modelo P1 (300) y del modelo P2 (225) fabricados en las tres fábricas.

iii) Realizamos el producto $M \cdot P$.

$$M \cdot P = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 250 \\ 325 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \cdot 250 + 100 \cdot 325 \\ 65 \cdot 250 + 55 \cdot 325 \\ 85 \cdot 250 + 70 \cdot 325 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70000 \\ 34125 \\ 44000 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{Fábrica A} \\ \text{Fábrica B} \\ \text{Fábrica C} \end{matrix}$$

$$3 \times \boxed{2 \cdot 2} \times 1 \longrightarrow 3 \times 1$$

El menor ingreso se obtiene en la fábrica B siendo un ingreso de 34125 €.

PREGUNTA 2:

Tras un vertido accidental, el nivel de contaminación de un lago (en partes por millón, ppm) varía según el tiempo (en días) de acuerdo a la siguiente función:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 20 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t - 64}{t - 5} & \text{si } t > 6 \end{cases}$$

Responda a las siguientes cuestiones:

- i) Demuestre que el nivel de contaminación es continuo en el sexto día. (0.75 puntos)
- ii) ¿En qué momento de los primeros 6 días la contaminación fue mínima? ¿Qué nivel de contaminación se alcanzó? (1.25 puntos)
- iii) Si no se realiza ninguna limpieza adicional, ¿a qué nivel de contaminación tenderá el lago de forma estable con el paso del tiempo? (0.5 puntos)

i) Comprobamos la continuidad de la función en $t = 6$.

$$\left. \begin{aligned} P(6) &= 6^2 - 8 \cdot 6 + 20 = 8 \\ \lim_{t \rightarrow 6^-} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^-} t^2 - 8t + 20 = 8 \\ \lim_{t \rightarrow 6^+} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^+} \frac{12t - 64}{t - 5} = \frac{12 \cdot 6 - 64}{6 - 5} = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(6) = \lim_{t \rightarrow 6^-} P(t) = \lim_{t \rightarrow 6^+} P(t) = 8$$

Coinciden los valores de los límites laterales con el valor de la función en $t = 6$. La función $P(t)$ es continua en el sexto día.

ii) En el intervalo $[0, 6]$ la función tiene la expresión $P(t) = t^2 - 8t + 20$. Su derivada es $P'(t) = 2t - 8$. Esta derivada se anula para $t = 4$.

- En el intervalo $[0, 4)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $P'(1) = 2 - 8 = -6 < 0$. La función decrece en $[0, 4)$.
- En el intervalo $(4, 6]$ tomamos $t = 5$ y la derivada vale $P'(5) = 2 \cdot 5 - 8 = 2 > 0$. La función crece en $(4, 6]$.

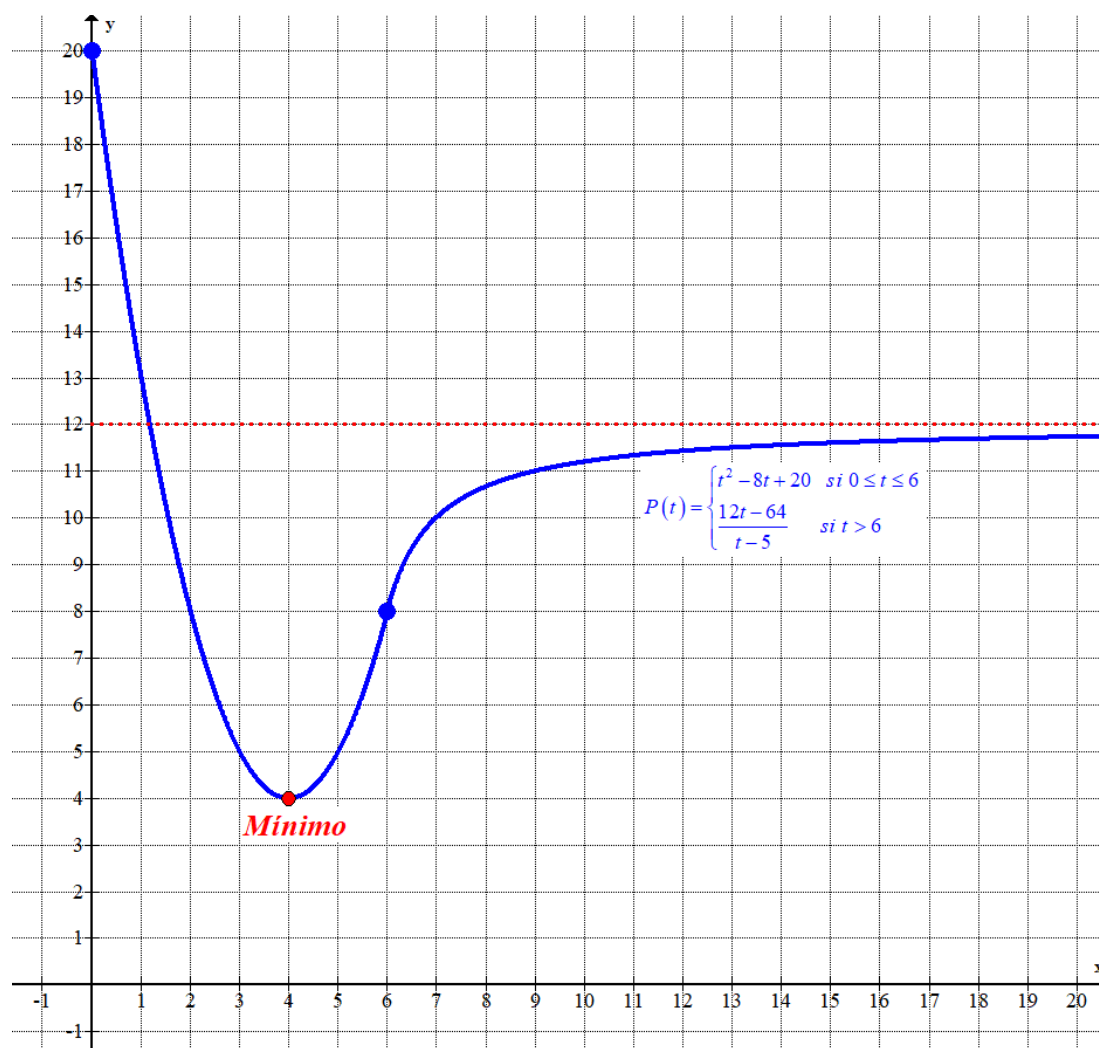
La función decrece en $[0, 4)$ y crece en $(4, 6]$. La función tiene un mínimo relativo en $t = 4$. El día 4 es cuando el nivel de contaminación fue mínimo.

Como $P(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 20 = 4$, en los primeros 6 días el nivel mínimo de contaminación se alcanzó el día 4 con un nivel de contaminación de 4 partes por millón.

iii) Calculamos el límite de la función cuando t tiende a $+\infty$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{12t - 64}{t - 5} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\frac{12t}{t} - \frac{64}{t}}{\frac{t}{t} - \frac{5}{t}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{12 - \frac{64}{t}}{1 - \frac{5}{t}} = \frac{12 - \frac{64}{+\infty}}{1 - \frac{5}{+\infty}} = \frac{12 - 0}{1 - 0} = \boxed{12}$$

Con el paso del tiempo el nivel de contaminación tiende a estabilizarse en 12 ppm.



PREGUNTA 3:

Un gobierno está preocupado por el absentismo laboral de sus empleados públicos. La duración de las bajas laborales en este sector sigue una distribución normal, con varianza 144 días². A partir de una muestra de tamaño 36, se calculó el siguiente intervalo de confianza para la duración media (en días) de las bajas laborales de los empleados públicos: [34.85, 45.15].

- Determine la media muestral y el error máximo cometido en la estimación. (0.5 puntos)
- Calcule el nivel de confianza de este intervalo, justificando su respuesta. (1.5 puntos)
- Interprete el intervalo de confianza en el contexto del problema. (0.5 puntos)

i) Si la varianza es 144 días² entonces la desviación típica es $\sqrt{144} = 12$ días.

Si X = La duración de las bajas laborales de los empleados públicos. $X = N(\mu, 12)$.

El tamaño de la muestra es $n = 36$. La media muestral es el valor medio del intervalo de

confianza: $\bar{x} = \frac{34.85 + 45.15}{2} = 40$ días.

El error máximo cometido en la estimación es la mitad de la amplitud del intervalo de

confianza: $Error = \frac{45.15 - 34.85}{2} = 5.15$ días.

ii) Calculamos el valor de $z_{\alpha/2}$ utilizando la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 5.15 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{12}{\sqrt{36}} \Rightarrow 5.15 = 2z_{\alpha/2} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{5.15}{2} = 2.575$$

Hallamos el nivel de confianza para $z_{\alpha/2} = 2.575$.

$$z_{\alpha/2} = 2.575 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{0.9949 + 0.9951}{2} = 0.995 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.995 = 0.005 \Rightarrow \alpha = 2 \cdot 0.005 = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99$$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934
2,5	0,9939	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9947	0,9949	0,9951

El nivel de confianza del intervalo proporcionado es del 99%.

- iii) Con un nivel de confianza del 99% podemos asegurar que la duración media de las bajas laborales de los empleados públicos está comprendida entre 34.85 y 45.15 días.
Esto significa que si repetimos el muestreo 100 veces en 99 de ellas la duración media de las bajas estará en el intervalo determinado.

PREGUNTA 4**OPCIÓN A:**

i) Resuelva gráficamente el siguiente problema de programación lineal y proporcione el valor de la solución óptima. (1.5 puntos)

$$\text{Minimizar } f(x, y) = 9x + 6y$$

$$\text{sujeto a } \begin{cases} 30x + 20y \leq 600 \\ y \geq 2x \\ x \geq 5 \\ y \geq 10 \end{cases}$$

ii) Calcule la derivada de la función $f(x) = 4 + 7x^3 \cdot \cos(5x) + \ln(2x - 5)$. (1 punto)

i) Representamos las rectas que delimitan la región factible. Para ello obtengo una tabla de valores para cada recta asociada a cada inecuación.

$$30x + 20y = 600$$

$$y = 2x$$

$$y = 10$$

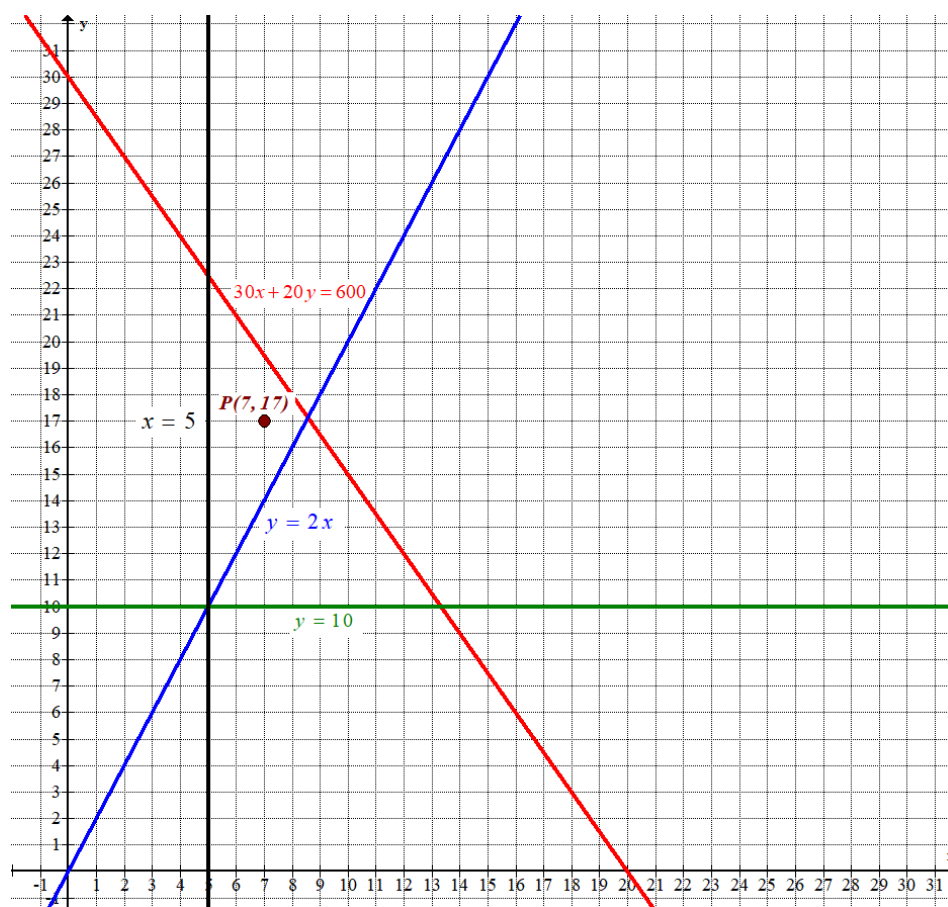
$$x = 5$$

x	$y = \frac{60-3x}{2}$
0	30
6	21
10	15
20	0

x	$y = 2x$
0	0
5	10
10	20
30	60

x	$y = 10$
0	10
5	10
10	10
20	10

x = 5	y
5	0
5	1
5	5



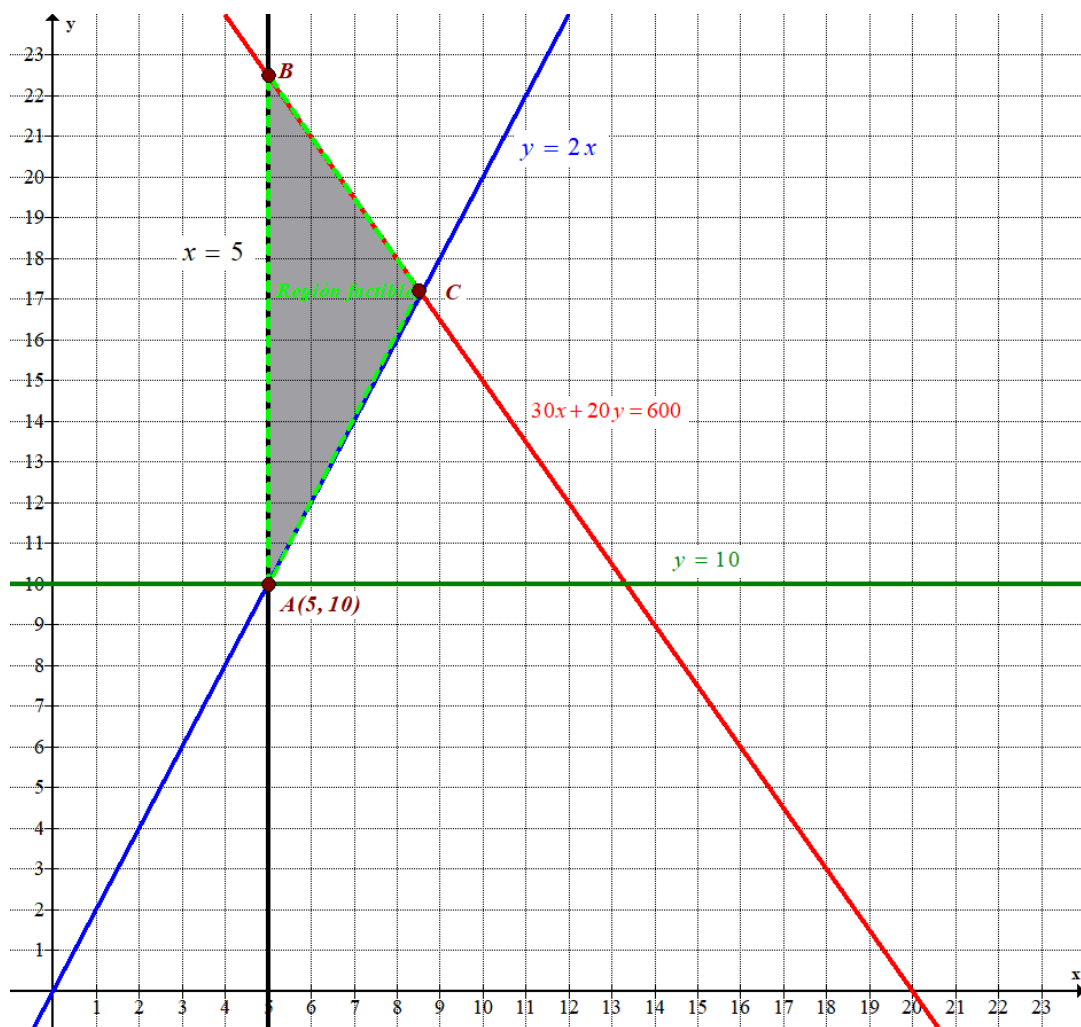
Como las restricciones son $\begin{cases} 30x + 20y \leq 600 \\ y \geq 2x \\ x \geq 5 \\ y \geq 10 \end{cases}$ la región factible es la región situada por

debajo de la recta roja, por encima de las rectas azul y verde, y a la derecha de la recta vertical negra.

Comprobamos que el punto $P(7, 17)$ perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\begin{cases} 30 \cdot 7 + 20 \cdot 17 \leq 600 \\ 17 \geq 2 \cdot 7 \\ 7 \geq 5 \\ 17 \geq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 210 + 340 \leq 600 \\ 17 \geq 14 \\ 7 \geq 5 \\ 17 \geq 10 \end{cases} \quad \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Hallamos las coordenadas de los vértices B y C.

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ 30x + 20y = 600 \end{array} \right\} \Rightarrow 150 + 20y = 600 \Rightarrow 20y = 450 \Rightarrow y = \frac{450}{20} = 22.5 \Rightarrow \boxed{B(5, 22.5)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 30x + 20y = 600 \\ y = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow 30x + 40x = 600 \Rightarrow 70x = 600 \Rightarrow x = \frac{600}{70} = \frac{60}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2 \frac{60}{7} = \frac{120}{7} \Rightarrow \boxed{C\left(\frac{60}{7}, \frac{120}{7}\right)}$$

Valoramos la función objetivo $f(x, y) = 9x + 6y$ en cada vértice en busca del mínimo.

$$A(5, 10) \rightarrow f(5, 10) = 9 \cdot 5 + 6 \cdot 10 = 105 \text{ Mínimo}$$

$$B(5, 22.5) \rightarrow f(5, 22.5) = 9 \cdot 5 + 6 \cdot 22.5 = 180$$

$$C\left(\frac{60}{7}, \frac{120}{7}\right) \rightarrow f\left(\frac{60}{7}, \frac{120}{7}\right) = 9 \cdot \frac{60}{7} + 6 \cdot \frac{120}{7} = 180$$

El valor mínimo es de 105 y se obtiene en el punto A(5, 10).

ii) Calculamos la derivada pedida.

$$f(x) = 4 + 7x^3 \cdot \cos(5x) + \ln(2x - 5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 + 21x^2 \cdot \cos(5x) + 7x^3 \cdot (-5\operatorname{sen}(5x)) + \frac{2}{2x-5}$$

$$\boxed{f'(x) = 21x^2 \cdot \cos(5x) - 35x^3 \cdot \operatorname{sen}(5x) + \frac{2}{2x-5}}$$

PREGUNTA 4**OPCIÓN B:**

i) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 19 & 17 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, determine las matrices X e Y que son solución del siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} X + 2Y = A^t \\ 3X - Y = B \end{cases} \quad (1.25 \text{ puntos})$$

ii) Calcule $\int_0^4 \frac{5}{\sqrt{6x+1}} dx$. (1.25 puntos)

i) Resolvemos el sistema matricial.

$$\begin{cases} X + 2Y = A^t \\ 3X - Y = B \rightarrow (\times 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X + 2Y = A^t \\ 6X - 2Y = 2B \end{cases}$$

$$\overline{7X} = \overline{A^t + 2B} \Rightarrow X = \frac{1}{7}(A^t + 2B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{7} \left[\begin{pmatrix} 5 & 19 \\ 10 & 17 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 14 & 21 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3X - Y = B \Rightarrow 3X - B = Y \Rightarrow Y = 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

La solución del sistema es $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

ii) Hallamos primero la integral indefinida.

$$\int \frac{5}{\sqrt{6x+1}} dx = \left\{ \begin{array}{l} \text{Cambio de variable} \\ \sqrt{6x+1} = t \rightarrow 6x+1 = t^2 \rightarrow \\ \rightarrow 6dx = 2t dt \rightarrow dx = \frac{2t}{6} dt = \frac{t}{3} dt \end{array} \right\} = \int \frac{5}{t} \cdot \frac{t}{3} dt = \int \frac{5}{3} dt = \frac{5}{3} t = \frac{5\sqrt{6x+1}}{3} + K$$

Calculamos la integral definida.

$$\int_0^4 \frac{5}{\sqrt{6x+1}} dx = \left[\frac{5\sqrt{6x+1}}{3} \right]_0^4 = \frac{5\sqrt{6 \cdot 4 + 1}}{3} - \frac{5\sqrt{6 \cdot 0 + 1}}{3} = \frac{25}{3} - \frac{5}{3} = \boxed{\frac{20}{3} \approx 6.6667}$$