

MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. Opción A Una empresa de logística transporta mercancía utilizando camiones pequeños, medianos y grandes. Para el transporte de toda la mercancía se utilizan un total de 10 camiones. Cada camión pequeño transporta 1 tonelada de mercancía, cada mediano 2 toneladas y cada grande 3 toneladas. La carga total que ha de transportarse es de $(m + 9)$ toneladas con $m \in \mathbb{R}$. El transporte de la mercancía tiene un coste asociado de dos unidades por cada camión pequeño, de 3 unidades por cada camión mediano y de $7 - m$ unidades por cada camión grande. El coste total del transporte es de 22 unidades.

- (a) **(0.75 puntos)** Plantea el sistema de ecuaciones lineales que modeliza la situación.
- (b) **(1 punto)** Determina un valor de m para el que el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo.
- (c) **(0.75 puntos)** Resuelve el sistema para $m = 1$. ¿Tiene sentido esta solución para el problema dado?

Pregunta 1. Opción B Sean las matrices

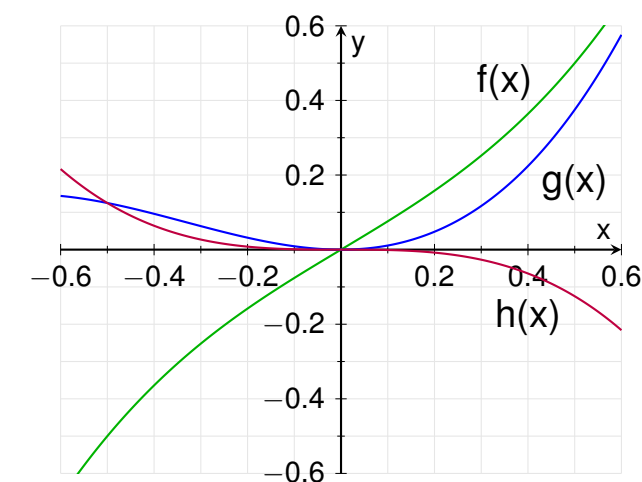
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) **(0.75 puntos)** Determina si la matriz A es invertible. En caso afirmativo calcula A^{-1} .
- (b) **(1.75 puntos)** Resuelve la ecuación $AX + B - C = 0$.

Pregunta 2. Opción A Un parque acuático está diseñando un nuevo tobogán curvo que debe ser a la vez rápido y seguro. Para ello, se ha modelado la altura del tobogán sobre el suelo mediante la función, $h(x) = 12 - 0.4x^2 + 0.03x^3$, donde x es la distancia horizontal en metros desde el inicio del tobogán y $h(x)$ es la altura sobre el suelo en metros. Se necesita estudiar cómo cambiar la inclinación y la forma del tobogán para asegurarse de que no haya tramos peligrosamente verticales ni zonas demasiado planas.

- (a) **(0.75 puntos)** Calcula la derivada $h'(x)$ e interpretar el significado de $h'(x)$ dentro del contexto del diseño del tobogán.
- (b) **(0.75 puntos)** Se considera potencialmente peligroso todo punto donde la pendiente sea menor que -2 (demasiada inclinación descendente). Calcula, en caso de existir, los puntos en los que $h'(x) = -2$.
- (c) **(1 punto)** Determina los valores de x en los que la función $h(x)$ alcanza un mínimo local.

Pregunta 2. Opción B Dadas las siguientes funciones:



- (a) **(1 punto)** Dado $p(x) = x^2 + x^3$ identifica razonadamente sin evaluar p qué función lo representa.
- (b) **(1.5 punto)** Indica razonadamente cuál es el valor del límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{f(x)}$.

Pregunta 3. Opción A Una tenista profesional quiere analizar la calidad de su saque. Para ello, los entrenadores han colocado sensores que miden la velocidad instantánea de la pelota desde que abandona la raqueta. En el momento en que la pelota sale de la raqueta, su velocidad inicial es de $v_0 = 54\text{m/s}$ y la desaceleración media registrada durante su trayectoria es de $a = -22\text{m/s}^2$. Para estudiar el desplazamiento de la pelota, se empleará la función velocidad $v(t) = v_0 + at$. La distancia recorrida desde el instante del golpe se obtiene integrando esta función. Teniendo en cuenta que la longitud máxima disponible para que la pelota bote en campo contrario durante un saque reglamentario es de 20,06m.

(a) **(1.25 puntos)** Utiliza una integral definida para calcular la distancia que recorre la pelota durante el primer segundo del vuelo.

(b) **(1.25 puntos)** Plantea y resuelve la ecuación necesaria para determinar cuánto tiempo tarda la pelota en recorrer 20,06m.

Pregunta 3. Opción B Dadas las funciones $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$, $g(x) = x^2$ y $h(x) = x^3$.

(a) **(1.5 puntos)** Calcula todas las primitivas de la función $f(x)$. ¿Cuál de todas ellas pasa por el origen de coordenadas?

(b) **(1 punto)** Calcula el área encerrada entre las gráficas de $g(x)$ y $h(x)$ entre sus puntos de corte.

Pregunta 4. Opción A Dado el plano $\pi \equiv 2x + 2y + z = 5$:

(a) **(0.75 puntos)** Encuentra la ecuación de un plano paralelo a π cuya distancia al origen sea 2. ¿Existe más de un plano que cumpla estas condiciones?

(b) **(1 punto)** Calcula el punto P del plano π que está más próximo al origen O.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula el área del paralelogramo formado por los segmentos OP y OQ donde $Q(3, 3, 3)$.

Pregunta 4. Opción B Para estudiar la cobertura de comunicaciones en una zona montañosa se utilizan tres antenas situadas en los puntos A(1, 2, 1), B(3, 0, 2), C(2, 3, 3) que determinan el plano del terreno en dicha zona. Un dron de mantenimiento se desplaza siguiendo la trayectoria rectilínea,

$$r : (x, y, z) = (0, 1, 4) + t(1, 1, -1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

(a) **(1 punto)** Calcula la ecuación del plano que pasa por los puntos A, B y C.

(b) **(0.75 puntos)** Estudia la posición relativa de la trayectoria del dron respecto del plano determinado por las tres antenas. En caso de que se corten, calcula el punto de corte.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula la distancia mínima entre la trayectoria del dron y el punto A.

Pregunta 5. Opción A Una jugadora de tenis de mesa comienza los partidos restando en el 75 % de las ocasiones. Cuando comienza restando, la jugadora vence el 80 % de los partidos. Sin embargo, cuando comienza sacando, ese porcentaje se reduce hasta el 65 % de victorias.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que la jugadora gane un partido si no sabemos si ha comenzado restando o no.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que la jugadora haya empezado restando en un partido sabiendo que ha ganado.

Pregunta 5. Opción B Los niveles de ácido úrico en sangre de una población de hombres adultos siguen una distribución normal de media 5.5 mg/dl y desviación típica de 0.9 mg/dl.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que un hombre adulto de la población tenga unos niveles de ácido úrico entre 4.3 mg/dl y 6.1 mg/dl.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula el nivel de ácido úrico en sangre que solo superan el 1.5 % de los hombres adultos de la población.

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.015) = 0.5060$, $F(0.8413) = 0.7999$, $F(0.985) = 0.8377$, $F(1) = 0.8413$, $F(2.17) = 0.985$.

Si tus valores no están entre los expuestos, toma el más cercano.