

## MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

**Pregunta 1. Opción A** Una empresa de logística transporta mercancía utilizando camiones pequeños, medianos y grandes. Para el transporte de toda la mercancía se utilizan un total de 10 camiones. Cada camión pequeño transporta 1 tonelada de mercancía, cada mediano 2 toneladas y cada grande 3 toneladas. La carga total que ha de transportarse es de  $(m + 9)$  toneladas con  $m \in \mathbb{R}$ . El transporte de la mercancía tiene un coste asociado de dos unidades por cada camión pequeño, de 3 unidades por cada camión mediano y de  $7 - m$  unidades por cada camión grande. El coste total del transporte es de 22 unidades.

- (a) **(0.75 puntos)** Plantea el sistema de ecuaciones lineales que modeliza la situación.
- (b) **(1 punto)** Determina un valor de  $m$  para el que el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo.
- (c) **(0.75 puntos)** Resuelve el sistema para  $m = 1$ . ¿Tiene sentido esta solución para el problema dado?

**Solución:** Sean  $x$  = número de camiones pequeños,  $y$  = número de camiones medianos,  $z$  = número de camiones grandes..

- (a) El problema quedaría modelado como:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + 2y + 3z = m + 9 \\ 2x + 3y + (7 - m)z = 22 \end{cases}$$

- (b) Escribimos la matriz ampliada y realizamos operaciones elementales para escalonarla.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & m+9 \\ 2 & 3 & 7-m & 22 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & 1 & 5-m & 2 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & 0 & 3-m & 3-m \end{array} \right)$$

Para que el sistema tenga infinitas soluciones debe aparecer una fila nula, es decir:

$$3 - m = 0 \Rightarrow m = 3$$

Sustituyendo  $m = 3$  en la matriz:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

El sistema reducido es:

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ y + 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 2t, \\ x = 10 - (2 - 2t) - t = 8 + t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

(c) Partiendo de la matriz escalonada del apartado anterior, se tiene como sistema equivalente al original,

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ y + 2z = 0 \\ 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow (x, y, z) = (11, -2, 1).$$

Claramente no tiene sentido para nuestro problema porque no podemos utilizar un número negativo de camiones.

**Pregunta 1. Opción B** Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) **(0.75 puntos)** Determina si la matriz  $A$  es invertible. En caso afirmativo calcula  $A^{-1}$ .
- (b) **(1.75 puntos)** Resuelve la ecuación  $AX + B - C = 0$ .

**Solución:**

- (a) Calculamos el determinante de  $A$ ,

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 3(-1) - 2(-1) = -3 + 2 = -1$$

Como  $|A| \neq 0$ , la matriz es invertible y su inversa es:

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$AX + B - C = 0 \Rightarrow AX = C - B \Rightarrow X = A^{-1}(C - B)$$

$$C - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Usando la matriz inversa calculada en el apartado anterior tenemos:

$$X = A^{-1}(C - B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 & -4 \\ -7 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

**Pregunta 2. Opción A** Un parque acuático está diseñando un nuevo tobogán curvo que debe ser a la vez rápido y seguro. Para ello, se ha modelado la altura del tobogán sobre el suelo mediante la función,  $h(x) = 12 - 0.4x^2 + 0.03x^3$ , donde  $x$  es la distancia horizontal en metros desde el inicio del tobogán y  $h(x)$  es la altura sobre el suelo en metros. Se necesita estudiar cómo cambiar la inclinación y la forma del tobogán para asegurarse de que no haya tramos peligrosamente verticales ni zonas demasiado planas.

(a) **(0.75 puntos)** Calcula la derivada  $h'(x)$  e interpretar el significado de  $h'(x)$  dentro del contexto del diseño del tobogán.

(b) **(0.75 puntos)** Se considera potencialmente peligroso todo punto donde la pendiente sea menor que  $-2$  (demasiada inclinación descendente). Calcula, en caso de existir, los puntos en los que  $h'(x) = -2$ .

(c) **(1 punto)** Determina los valores de  $x$  en los que la función  $h(x)$  alcanza un mínimo local.

**Solución:**

(a) La derivada de  $h(x)$  con respecto a  $x$  es:

$$h'(x) = \frac{d}{dx} (12 - 0.4x^2 + 0.03x^3) = -0.8x + 0.09x^2.$$

La derivada  $h'(x)$  representa la pendiente de la curva del tobogán en un punto dado. Esta pendiente indica la inclinación del tobogán con respecto al suelo. Un valor positivo de  $h'(x)$  indica una inclinación ascendente, mientras que un valor negativo de  $h'(x)$  indica una inclinación descendente. Si  $h'(x) = 0$ , significa que el tobogán tiene una pendiente horizontal en ese punto, es decir, es plano.

(b) Planteamos la siguiente ecuación:

$$h'(x) = -0.8x + 0.09x^2 = -2 \Rightarrow 0.09x^2 - 0.8x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-0.8) \pm \sqrt{(-0.8)^2 - 4(0.09)(2)}}{2(0.09)} = \frac{0.8 \pm \sqrt{0.64 - 0.72}}{0.18} = \frac{0.8 \pm \sqrt{-0.08}}{0.18}.$$

El discriminante es negativo, lo que significa que no hay soluciones reales. Por lo tanto, **no existen puntos** donde la pendiente sea exactamente igual a  $-2$ .

(c) Para encontrar los puntos donde la función alcanza un mínimo local, debemos encontrar los puntos críticos, que ocurren cuando la derivada se iguala a cero:

$$h'(x) = -0.8x + 0.09x^2 = 0 \Rightarrow x(0.09x - 0.8) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{0.8}{0.09} = 8.89.$$

Por lo tanto, los puntos críticos son  $x = 0$  y  $x = 8.89$ .

Ahora, para determinar si estos puntos corresponden a un mínimo o un máximo, debemos examinar la segunda derivada de  $h(x)$ :

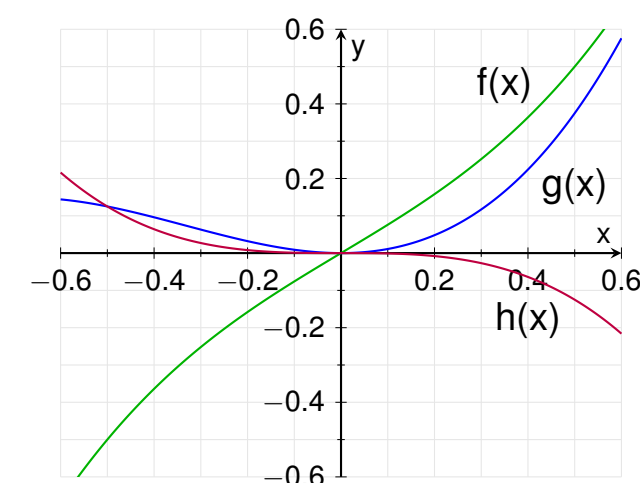
$$h''(x) = \frac{d}{dx} (-0.8x + 0.09x^2) = -0.8 + 0.18x.$$

Evaluamos  $h''(x)$  en los puntos críticos:

- Para  $x = 0$ ,  $h''(0) = -0.8 + 0.18(0) = -0.8$ . Como  $h''(0) < 0$ , en  $x = 0$  hay un **máximo local**.

- Para  $x = 8.89$ ,  $h''(8.89) = -0.8 + 0.18(8.89) = -0.8 + 1.60 = 0.8$ . Como  $h''(8.89) > 0$ , en  $x = 8.89$  hay un **mínimo local**.

**Pregunta 2. Opción B** Dadas las siguientes funciones:



(a) **(1 punto)** Dado  $p(x) = x^2 + x^3$  identifica razonadamente sin evaluar  $p$  qué función lo representa.

(b) **(1.5 punto)** Indica razonadamente cuál es el valor del límite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{f(x)}$ .

**Solución:**

(a) El polinomio  $p(x)$  indicado en el enunciado tiene unas características especiales en su paso por el origen, ya que:

$$p(0) = 0 + 0 = 0$$

$$p'(x) = 2x + 3x^2 \rightarrow p'(0) = 0$$

$$p''(x) = 2 + 6x \rightarrow p''(0) = 2 > 0$$

Con esto concluimos que  $p(x)$  ha de tener un mínimo local en  $x = 0$ . La única gráfica de las mostradas que tiene un mínimo en ese punto es  $g(x)$ , por tanto esa ha de ser la gráfica del polinomio y  $g(x) = p(x)$ .

(b) En el cálculo del límite dado observamos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(0)}{f(0)} = \frac{0}{0}$$

que es una indeterminación. Para ello nos gustaría aplicar L'Hopital, así

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{h(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{h'(x)}{f'(x)}.$$

Como no tenemos la expresión de esas funciones no podemos calcularlas, pero si nos fijamos en las gráficas, por la forma en que ambas pasan por el origen  $h'(0) = 0$  y  $f'(0) > 0$ . Eso es suficiente para poder decir que de hecho

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h'(x)}{f'(x)} = 0.$$

**Pregunta 3. Opción A** Una tenista profesional quiere analizar la calidad de su saque. Para ello, los entrenadores han colocado sensores que miden la velocidad instantánea de la pelota desde que abandona la raqueta. En el momento en que la pelota sale de la raqueta, su velocidad inicial es de  $v_0 = 54 \text{ m/s}$  y la desaceleración media registrada durante su trayectoria es de  $a = -22 \text{ m/s}^2$ . Para estudiar el desplazamiento de la pelota, se empleará la función velocidad  $v(t) = v_0 + at$ . La distancia recorrida desde el instante del golpe se obtiene integrando esta función. Teniendo en cuenta que la longitud máxima disponible para que la pelota bote en campo contrario durante un saque reglamentario es de  $20,06 \text{ m}$ .

(a) **(1.25 puntos)** Utiliza una integral definida para calcular la distancia que recorre la pelota durante el primer segundo del vuelo.

(b) **(1.25 puntos)** Plantea y resuelve la ecuación necesaria para determinar cuánto tiempo tarda la pelota en recorrer  $20,06 \text{ m}$ .

**Solución:**

(a) La distancia recorrida  $d(t)$  se obtiene integrando la función de velocidad  $v(t)$ :

$$d(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (v_0 + at) dt.$$

Resolviendo la integral:

$$d(t) = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t at dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

Sustituyendo los valores de  $v_0 = 54 \text{ m/s}$ ,  $a = -22 \text{ m/s}^2$  y  $t = 1 \text{ s}$ :

$$d(1) = 54 \cdot 1 + \frac{1}{2}(-22) \cdot (1)^2 = 54 - 11 = 43 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la distancia recorrida durante el primer segundo es:  $43 \text{ m}$ .

(b) Para determinar el tiempo necesario para que la pelota recorra  $23,77$  metros, planteamos la ecuación de distancia:

$$d(t) = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

Sustituyendo obtenemos la ecuación cuadrática  $11t^2 - 54t + 20,06 = 0$ .

Esta ecuación tiene por soluciones  $t_1 = 0,405 \text{ s}$  y  $t_2 = 4,5 \text{ s}$ . La solución válida es  $t_1 = 0,405$  segundos, ya que el tiempo debe ser positivo pero no mayor que el del apartado anterior.

**Pregunta 3. Opción B** Dadas las funciones  $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ ,  $g(x) = x^2$  y  $h(x) = x^3$ .

(a) **(1.5 puntos)** Calcula todas las primitivas de la función  $f(x)$ . ¿Cuál de todas ellas pasa por el origen de coordenadas?

(b) **(1 punto)** Calcula el área encerrada entre las gráficas de  $g(x)$  y  $h(x)$  entre sus puntos de corte.

**Solución:**

(a) En primer lugar simplificamos la expresión de la función  $f(x)$  desarrollando la división de polinomios,

$$f(x) = \frac{x-1}{2x+1} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2(2x+1)} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4x+2}.$$

Para el cálculo de las primitivas necesitamos desarrollar la integral indefinida

$$\int f(x) dx = \int \frac{x-1}{2x+1} dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{3}{4x+2} dx = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \ln(2x+1) + C.$$

La primitiva que pasa por el origen de coordenadas debe de cumplir que  $F(0) = 0$ , es decir

$$F(0) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \ln(2 \times 0 + 1) + C = 0 \Rightarrow 0 - \frac{3}{4} \ln(1) + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

La primitiva buscada es  $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \ln(2x+1)$ .

(b) Para calcular el área encerrada entre ambas curvas lo primero será encontrar los puntos de corte entre ambas curvas, o lo que es lo mismo resolver la ecuación

$$x^2 = x^3 \quad \text{equivalentemente} \quad x^2 - x^3 = 0 \Rightarrow x^2(1 - x) = 0.$$

Dado que la ecuación está igualada a 0, podemos ver que las soluciones serán  $x = 0$  y  $x = 1$ .

Ahora ya podemos obtener el área pedida como una integral definida con esos extremos de integración. Sólo falta comprobar la posición relativa de ambas curvas en ese intervalo, pero como son potencias  $x^2$  y  $x^3$  de valores entre 0 y 1, claramente  $x^3 \leq x^2$ .

Así pues el área pedida será

$$A = \int_0^1 x^2 - x^3 dx = \left. \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 0 = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}.$$

**Pregunta 4. Opción A** Dado el plano  $\pi \equiv 2x + 2y + z = 5$ :

(a) **(0.75 puntos)** Encuentra la ecuación de un plano paralelo a  $\pi$  cuya distancia al origen sea 2. ¿Existe más de un plano que cumpla estas condiciones?

(b) **(1 punto)** Calcula el punto P del plano  $\pi$  que está más próximo al origen O.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula el área del paralelogramo formado por los segmentos OP y OQ donde  $Q(3, 3, 3)$ .

**Solución:**

(a) Al ser un plano paralelo a  $\pi$  tiene el mismo vector normal  $\vec{n}_\pi = (2, 2, 1)$  por lo que el plano buscado es de la forma  $\pi \equiv 2x + 2y + z + D = 0$ . Como la distancia al origen es 2 tenemos:

$$d(O, \pi) = \frac{|D|}{\sqrt{9}} = 2 \Rightarrow |D| = 2\sqrt{9} = 6$$

Por tanto, tendríamos como posibles soluciones  $\pi' \equiv 2x + 2y + z = 1$  y  $\pi' \equiv 2x + 2y + z = -1$ .

(b) El punto del plano más cercano al origen es la proyección de este sobre el plano  $\pi$ . Esta proyección estará sobre la recta perpendicular al plano  $\pi$  que pasa por el origen. Esta recta tiene como vector director el vector normal al plano  $\vec{n}_\pi = (2, 2, 1)$ , así que la recta será  $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = z$ . Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones de la recta y el plano obtendremos la intersección de ambos que será la proyección buscada.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y + z = 5 \\ x - y = 0 \\ x - 2z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow M\left(\frac{10}{9}, \frac{10}{9}, \frac{5}{9}\right) \text{ es la proyección buscada.}$$

(c) Tenemos que  $\vec{OP} = \left(\frac{10}{9}, \frac{10}{9}, \frac{5}{9}\right)$  y  $\vec{OQ} = (3, 3, 3)$ . Por tanto, para calcular el área buscada utilizaremos el producto vectorial.

$$\text{Area} = \left\| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{10}{9} & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} \right\| = \left\| \frac{5}{3}\vec{i} + \frac{5}{3}\vec{j} \right\| = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3} = 2.357$$

**Pregunta 4. Opción B** Para estudiar la cobertura de comunicaciones en una zona montañosa se utilizan tres antenas situadas en los puntos  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(3, 0, 2)$ ,  $C(2, 3, 3)$  que determinan el plano del terreno en dicha zona. Un dron de mantenimiento se desplaza siguiendo la trayectoria rectilínea,

$$r : (x, y, z) = (0, 1, 4) + t(1, 1, -1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

(a) **(1 punto)** Calcula la ecuación del plano que pasa por los puntos A, B y C.

(b) **(0.75 puntos)** Estudia la posición relativa de la trayectoria del dron respecto del plano determinado por las tres antenas. En caso de que se corten, calcula el punto de corte.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula la distancia mínima entre la trayectoria del dron y el punto A.

**Solución:**

(a) Calculamos dos vectores del plano:

$$\vec{AB} = B - A = (3 - 1, 0 - 2, 2 - 1) = (2, -2, 1), \quad \vec{AC} = C - A = (2 - 1, 3 - 2, 3 - 1) = (1, 1, 2)$$

Por tanto, un vector normal al plano es el producto vectorial:

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-5, -3, 4)$$

Así, la ecuación del plano que pasa por  $A(1, 2, 1)$  es

$$-5(x - 1) - 3(y - 2) + 4(z - 1) = 0 \Rightarrow \pi \equiv -5x - 3y + 4z + 7 = 0.$$

(b) Tenemos que estudiar la posición relativa entre la recta y el plano. La recta es  $r : (x, y, z) = (0, 1, 4) + t(1, 1, -1)$  y su vector director es  $\vec{v} = (1, 1, -1)$ . El vector normal del plano es  $\vec{n}_\pi = (-5, -3, 4)$ . Calculamos el producto escalar y tenemos que

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = -5(1) - 3(1) + 4(-1) = -12 \neq 0$$

Por tanto, la recta **corta al plano en un punto**. Para calcular el punto de corte podemos por ejemplo sustituir la recta en la ecuación del plano:

$$x = t, \quad y = 1+t, \quad z = 4-t \Rightarrow -5t - 3(1+t) + 4(4-t) + 7 = 0 \Rightarrow -5t - 3 - 3t + 16 - 4t + 7 = 0 \Rightarrow 20 - 12t = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{3}$$

Por tanto, el punto de intersección es

$$P\left(\frac{5}{3}, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

(c) Se trata de calcular la distancia de un punto a una recta. Tomamos un punto de la recta  $P_0(0, 1, 4)$ .

El vector director de la recta es  $\vec{v}_r = (1, 1, -1)$ . Calculamos el vector  $\vec{AP}_0$

$$\vec{AP}_0 = P_0 - A = (0 - 1, 1 - 2, 4 - 1) = (-1, -1, 3)$$

La distancia entre un punto y una recta en el espacio viene dada por

$$d(A, r) = \frac{|\vec{AP}_0 \times \vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 0^2}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} = 1.633$$

**Pregunta 5. Opción A** Una jugadora de tenis de mesa comienza los partidos restando en el 75 % de las ocasiones. Cuando comienza restando, la jugadora vence el 80 % de los partidos. Sin embargo, cuando comienza sacando, ese porcentaje se reduce hasta el 65 % de victorias.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que la jugadora gane un partido si no sabemos si ha comenzado restando o no.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que la jugadora haya empezado restando en un partido sabiendo que ha ganado.

**Solución:** Llamemos R al suceso “el jugador comienza el partido restando” y V al suceso “el jugador gana el partido”. Entonces, tenemos como datos del problema:

$$P(R) = 0.75, \quad P(V/R) = 0.8, \quad P(V/\bar{R}) = 0.65$$

$$(a) P(V) = P(V/R)P(R) + P(V/\bar{R})P(\bar{R}) = 0.8 \cdot 0.75 + 0.65 \cdot 0.25 = 0.7625.$$

$$(b) P(R/V) = \frac{P(V/R)P(R)}{P(V)} = \frac{0.8 \cdot 0.75}{0.7625} = 0.7869.$$

**Pregunta 5. Opción B** Los niveles de ácido úrico en sangre de una población de hombres adultos siguen una distribución normal de media 5.5 mg/dl y desviación típica de 0.9 mg/dl.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que un hombre adulto de la población tenga unos niveles de ácido úrico entre 4.3 mg/dl y 6.1 mg/dl.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula el nivel de ácido úrico en sangre que solo superan el 1.5 % de los hombres adultos de la población.

**Solución:** Llamamos  $X \equiv$  “nivel de ácido úrico en sangre de un hombre adulto en mg/dl”. La variable  $X$  sigue una distribución  $N(5.2, 0.9)$ .

$$(a) P(4.3 \leq X \leq 6.1) = P\left(\frac{4.3 - 5.2}{0.9} \leq \frac{X - 5.2}{0.9} \leq \frac{6.1 - 5.2}{0.9}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = 2 \cdot P(Z \leq 1) - 1 =$$

$$= 2 \cdot 0.8413 - 1 = 0.6828.$$

$$(b) P(X \geq a) = 0.015 \Rightarrow P\left(\frac{X - 5.2}{0.9} \geq \frac{a - 5.2}{0.9}\right) = 0.015 \Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{a - 5.2}{0.9}\right) = 0.015 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a - 5.2}{0.9}\right) = 0.985 \Rightarrow \frac{a - 5.2}{0.9} = 2.17 \Rightarrow a = 0.9 \cdot 2.17 + 5.2 = 7.153.$$

\* Algunos valores de la función de distribución  $N(0, 1)$  son:  $F(x) = P(Z \leq x)$ ,  $F(0) = 0.5$ ,  $F(0.015) = 0.5060$ ,  $F(0.8413) = 0.7999$ ,  $F(0.985) = 0.8377$ ,  $F(1) = 0.8413$ ,  $F(2.17) = 0.985$ .

Si tus valores no están entre los expuestos, toma el más cercano.



## **Criterios de corrección**

### **Pregunta 1. Opción A Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque A: Sentido numérico.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 1 punto el apartado (b) y 0.75 puntos los apartados (a) y (c)).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 1. Opción B Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque A: Sentido numérico.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 0.75 puntos el apartado (a) y 1.75 puntos el apartado (b).

**PORCENTAJE:** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 2. Opción A Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 0.75 puntos los apartados (a) y (b) y 1 punto el apartado (c).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 2. Opción B Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 1 punto el apartado (a) y 1.5 puntos el apartado (b).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.



### **Pregunta 3. Opción A Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 1.25 puntos cada apartado.

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 3. Opción B Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque D: Sentido algebraico.

Calificación máxima otorgada: 1.5 puntos el apartado (a) y 1 punto el apartado (b).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 4. Opción A Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque C: Sentido espacial.

Calificación máxima otorgada: 0.75 puntos los apartados (a) y (c), 1 punto el apartado (b).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 4. Opción B Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque C: Sentido espacial.

Calificación máxima otorgada: 1 punto el apartado (a) y 0.75 puntos los apartados (b) y (c).

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

### **Pregunta 5. Opción A Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:



- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque E: Sentido estocástico.

Calificación máxima otorgada: 1.25 puntos cada apartado.

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.

**Pregunta 5. Opción B Criterios específicos de corrección**

**SABERES BÁSICOS** a los que corresponde la pregunta:

- Bloque B: Sentido de la medida.
- Bloque E: Sentido estocástico.

Calificación máxima otorgada: 1.25 puntos cada apartado.

**PORCENTAJE** asignado a la pregunta con respecto al total de la prueba: 25 %.