



La prueba consta de cinco preguntas: las tres primeras obligatorias, y en la cuarta y quinta se puede elegir entre dos opciones. En caso de contestar dos problemas de una misma parte, solo se evaluará el primero. Véase la puntuación en cada ejercicio.

Justificad las respuestas utilizando lenguaje matemático y/o no matemático, según corresponda. Se permite el uso de calculadora científica básica, pero NO se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de dispositivos que puedan transmitir o almacenar información. Se pueden usar reglas y bolígrafos de colores (excepto rojo y verde).

Parte A. (preguntas 1, 2 y 3). Contestad TODAS las preguntas de esta parte.

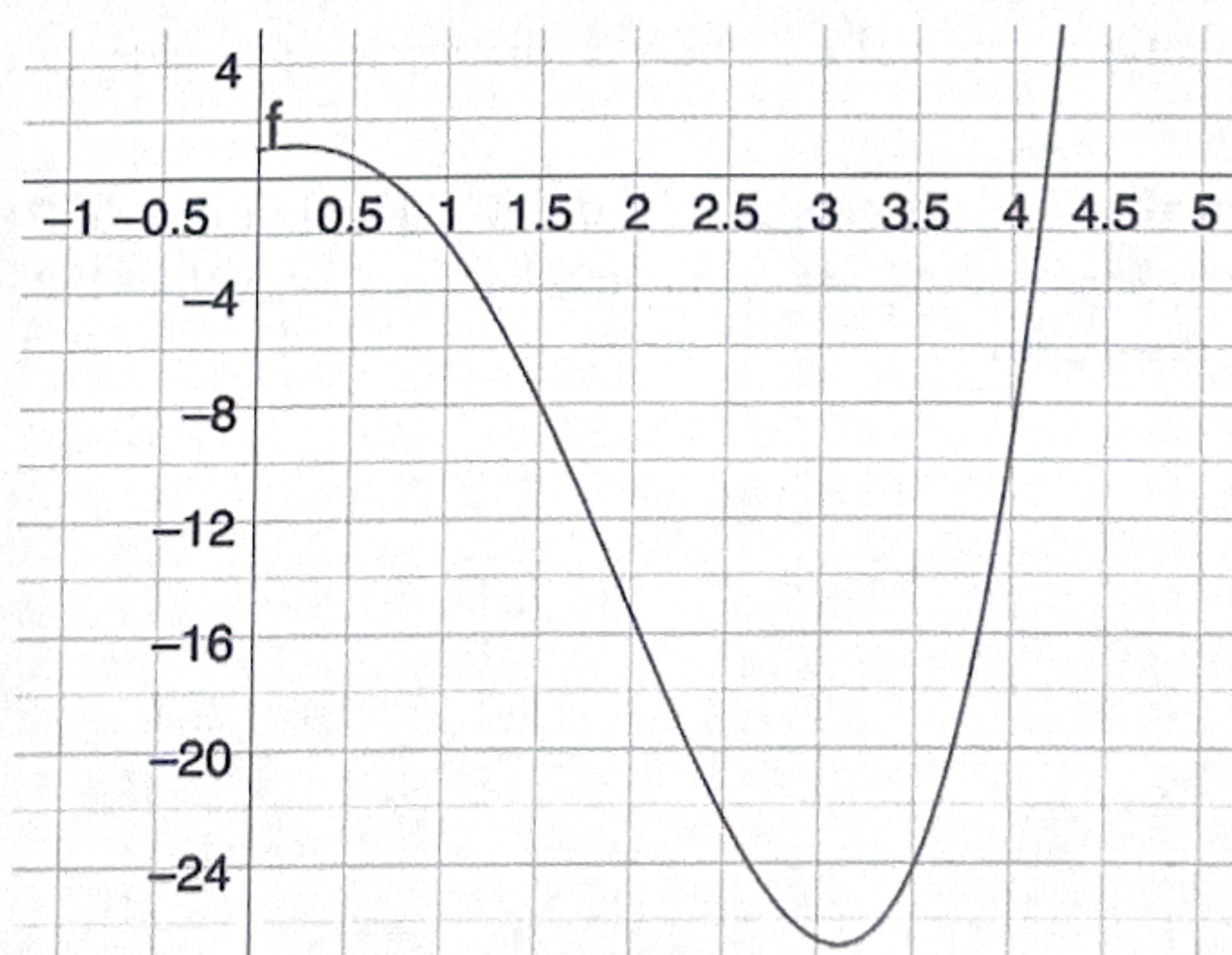
Problema 1. — En un estudio de astronomía, se modeliza una constelación artificial formada por satélites que orbitan alrededor de la Tierra. Considerando nuestro sistema de coordenadas con origen en el centro de la Tierra (donde las unidades representan decenas de miles de kilómetros), se sitúan 5 satélites, A , B , C , D y E , con coordenadas

$$A(1,2,3), \quad B(3,2,1), \quad C(5,4,3), \quad D(2,1,1), \quad E(4,3,1).$$

Se dice que distintos satélites forman un plano orbital si estos, junto con el centro de la Tierra, son coplanarios.

- (a) [1 punto] Determina si los satélites A , B y C forman un plano orbital.
- (b) [1 punto] Proporciona un punto F (distinto del origen) donde se podría colocar un sexto satélite para asegurar que los satélites D , E y F forman otro plano orbital.

Problema 2. — Dada la función $f(x) = \frac{x^4 - 6x^3 + e^x \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$, que tiene la siguiente representación gráfica:



- (a) [1 punto] Calcula los límites de la función en los extremos de su dominio.
- (b) [1 punto] Calcula el área comprendida entre $f(x)$, $y = -1$, $x = 2$ y $x = 4$.



Problema 3. — En un instituto de 60 alumnos se ha realizado un estudio sobre la práctica del baloncesto entre el alumnado. Los datos recogidos indican que el 60 % de ellos juega al baloncesto, el 35 % forma parte de un equipo federado y el 25 % juega al baloncesto y está federado.

- (a) [1 punto] ¿Hay algún alumno que esté federado, pero no juegue al baloncesto? En caso afirmativo, ¿cuántos?
- (b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno forme parte de un equipo federado sabiendo que juega al baloncesto?

Parte B. preguntas 4 y 5

Problema 4. — Contestad solo UNA de las siguientes preguntas (P4.1 o P4.2)

P4.1 Dada la función $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 2}$,

- (a) [1.25 puntos] Demuestra que $f(x)$ tiene al menos un punto crítico en cada uno de los siguientes intervalos: $(-3, -2.5)$, $(-1, 0)$ y $(0, 1)$.
- (b) [0.75 puntos] Sabiendo que $f(x)$ tiene exactamente 3 puntos críticos, uno en cada intervalo del apartado anterior, indica si son máximos, mínimos o puntos de inflexión.

P4.2 Un equipo de investigadores estudia la distancia recorrida por un delfín desde el punto en el que ha sido liberado dentro de una reserva marina. La distancia recorrida al cabo de t segundos viene dada por la función

$$d(t) = 140(1 - e^{-0.05t}),$$

donde $t \geq 0$ y $d(t)$ es la distancia recorrida en metros. Sea $d'(t)$ la velocidad, en m/s, en el instante t .

- (a) [0.5 puntos] Calcula a qué valor tiende la distancia recorrida por el delfín a lo largo del tiempo.
- (b) [1.5 puntos] Estudia el comportamiento de la velocidad del delfín, indicando en qué momentos aumenta o disminuye, así como cuáles son las velocidades mínima y la máxima observadas en este estudio.

Problema 5. — Contestad solo UNA de las siguientes preguntas (P5.1 o P5.2)

P5.1 [2 puntos] Sean A , B , C y D cuatro matrices de dimensiones 2×3 , 1×3 , 2×3 y 2×3 , respectivamente. Indica, justificadamente, si se pueden realizar las siguientes operaciones:

- (i) AC ,
- (ii) $D^{-1}A$,
- (iii) $B(A + C)^T$,

donde el superíndice T indica la matriz transpuesta y el superíndice $^{-1}$ indica la matriz inversa. En caso afirmativo, indica la dimensión de la matriz resultante.

P5.2 [2 puntos] Queremos determinar el coste por hora de tres servicios que ofrece una empresa de alquiler de material audiovisual. Estos servicios són: iluminación profesional, con un coste de x €/hora; equipo de sonido, con un coste de y €/hora; cámaras de grabación, con un coste de z €/hora. Se han registrado los gastos totales asociados a tres eventos diferentes:

$$\begin{aligned}\text{Evento 1: } & 2x + y + z = 6500, \\ \text{Evento 2: } & 4x + 5y + 7z = 22500, \\ \text{Evento 3: } & x + 2y + 3z = 8000.\end{aligned}$$

Justifica si, con la información proporcionada, se pueden determinar de manera única los costes de los tres servicios.