



PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PAU

CURSO 2025–2026

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Convocatoria:

JULIO

Instrucciones:

- Debe responder un máximo de 5 preguntas: 3 obligatorias y 2 opcionales de bloques diferentes.
- En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque opcional, se considerará sólo la primera pregunta.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

Bloque 1. Análisis I (La ultramaratón)

1. Una ultramaratón internacional realizada en Gran Canaria atraviesa espacios naturales protegidos muy sensibles, como el Parque Natural de Tamadaba o el Parque Rural del Nublo. El Cabildo Insular ha establecido la cantidad máxima de 7500 participantes para poder garantizar la conservación de los parques por los que discurre la prueba.

Siguiendo datos de otros años, se propone un modelo matemático dado por la función $I(t)$, que mide el número total de corredores inscritos (expresados en miles) transcurrido el tiempo t (en meses) desde la apertura de las inscripciones

$$I(t) = \begin{cases} 5e^{0.8t-4}, & 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{14t-65}{2t-9}, & t > 5 \end{cases}$$

- Indicar si el modelo es continuo y derivable en su dominio de definición. 1.5
- El modelo propuesto, ¿garantiza que no se superará el número máximo de inscripciones permitidas? Justificar la respuesta. 0.5

Bloque 2.- Álgebra

2. Dada la siguiente matriz $A \in M_{3 \times 3}$ con $k \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -k & 0 \\ 1 & 2 & k \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$$

- Averiguar los valores de k para los que la matriz A tiene inversa. 0.75
- Calcular la matriz inversa de A , cuando $k=1$ 1.25

Bloque 3.- Geometría

3. En el espacio tridimensional, se conoce que el siguiente plano y recta son secantes:

$$\pi : x + 3y + 2z = 10 \quad ; \quad r : \frac{x+21}{11} = 3 - y = \frac{5-z}{2}$$

- Averiguar el punto de corte entre el plano π y la recta r . 1
- Calcular el ángulo generado por el plano π y la recta r . 1

Bloque 4.- Análisis II (seleccione solo una pregunta)

4A. Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \sqrt{7x+5} dx$$

4B. Dada la siguiente función:

$$f(x) = x^2 \cdot e^{1-x}$$

- a) Averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. 1.25
- b) Estudiar la tendencia de $f(x)$ cuando se aproxima a $\pm\infty$
- ¿Qué se puede afirmar en relación a la asíntota horizontal de $f(x)$? 0.75

Bloque 5.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

5A. La playa de Famara (Lanzarote) es muy famosa por la calidad de sus olas para la realización de Surf. La academia de surf “FaMa-t-Surf” ofrece cursos para quienes quieren iniciarse en este deporte y garantiza que, tras sus sesiones de formación, un surfista principiante surfeará la ola con un 70% de posibilidades.

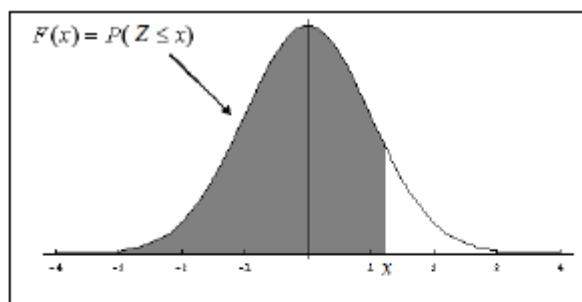
- a) Se elige al azar un surfista que ha seguido las clases de esta academia. Si intenta surfear 5 olas, ¿cuál es la probabilidad de que logre surfear alguna de ellas? 1.25
- b) Para contratar un nuevo monitor se evalúa a un surfista experimentado que tiene un 90% de probabilidad de surfear una ola. Se contrata si logra surfear al menos 14 de 15 olas, ¿cuál es la probabilidad de que consiga el puesto? 0.75

5B. El servicio de instrumentación del Roque de los Muchachos (La Palma) recibe un lote de 120 sensores de luz. De estos, 20 sensores de luz son de ultra-alta sensibilidad destinados al telescopio LST-1, y el resto son de sensibilidad estándar y se reparten por igual entre los telescopios MAGIC I y MAGIC II.

Tras el largo transporte por carretera hasta la cumbre, la probabilidad de que un sensor de los MAGIC sufra un micro-desajuste y se deba recalibrar en el laboratorio, es del 1.6%. Mientras que, sensores del LST-1 están en embalajes más reforzados y el micro-desajuste sucede el 0.9% de las veces.

Antes de instalarlos, el jefe de operaciones elige al azar un sensor del lote para comprobar su estado.

- a) Calcular la probabilidad de que el sensor de luz elegido deba ser recalibrado. 1
- b) Elegido un sensor de luz que no requiere recalibración, justificar razonadamente si la probabilidad de que pertenezca al telescopio MAGIC-II es superior al doble de la probabilidad de que proceda del telescopio LST1.? 1



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES

1. Una ultramaratón internacional realizada en Gran Canaria atraviesa espacios naturales protegidos muy sensibles, como el Parque Natural de Tamadaba o el Parque Rural del Nublo. El Cabildo Insular ha establecido la cantidad máxima de 7500 participantes para poder garantizar la conservación de los parques por los que discurre la prueba.

Siguiendo datos de otros años, se propone un modelo matemático dado por la función $I(t)$, que mide el número total de corredores inscritos (expresados en miles) transcurrido el tiempo t (en meses) desde la apertura de las inscripciones

$$I(t) = \begin{cases} 5e^{0.8t-4}, & 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{14t-65}{2t-9}, & t > 5 \end{cases}$$

- a) Indicar si el modelo es continuo y derivable en su dominio de definición. 1.5
 b) El modelo propuesto, ¿garantiza que no se superará el número máximo de inscripciones permitidas? Justificar la respuesta. 0.5

a) La función en el intervalo $[0, 5)$ tiene la expresión $I(t) = 5e^{0.8t-4}$ que es una exponencial y por tanto continua.

La función en el intervalo $(5, +\infty)$ tiene la expresión $I(t) = \frac{14t-65}{2t-9}$ que es una racional cuyo denominador se anula para $t = 4.5$ que no pertenece al intervalo de definición y por tanto es continua.

Estudiamos la continuidad en $t = 5$.

$$\left. \begin{aligned} I(5) &= 5e^{0.8 \cdot 5 - 4} = 5e^0 = 5 \\ \lim_{t \rightarrow 5^-} I(t) &= \lim_{x \rightarrow 5^-} 5e^{0.8t-4} = 5 \\ \lim_{t \rightarrow 5^+} I(t) &= \lim_{t \rightarrow 5^+} \frac{14t-65}{2t-9} = \frac{14 \cdot 5 - 65}{2 \cdot 5 - 9} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 5^+} I(t) = \lim_{t \rightarrow 5^-} I(t) = I(5) = 5$$

La función es continua en $t = 5$. La función es continua en su dominio de definición $[0, +\infty)$.

La función es derivable en $[0, 5) \cup (5, +\infty)$. Hallamos su derivada.

$$I'(t) = \begin{cases} 5 \cdot 0.8 \cdot e^{0.8t-4} = 4e^{0.8t-4}, & 0 \leq t < 5 \\ \frac{14(2t-9) - 2(14t-65)}{(2t-9)^2} = \frac{28t-126-28t+130}{(2t-9)^2} = \frac{4}{(2t-9)^2}, & t > 5 \end{cases}$$

Estudiamos la derivabilidad de la función en $t = 5$.

$$\left. \begin{aligned} I'(5^-) &= \lim_{t \rightarrow 5^-} I'(t) = \lim_{t \rightarrow 5^-} 4e^{0.8t-4} = 4e^{0.8 \cdot 5 - 4} = 4 \\ I'(5^+) &= \lim_{t \rightarrow 5^+} I'(t) = \lim_{t \rightarrow 5^+} \frac{4}{(2t-9)^2} = \frac{4}{(2 \cdot 5 - 9)^2} = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I'(5^-) = I'(5^+) = 4$$

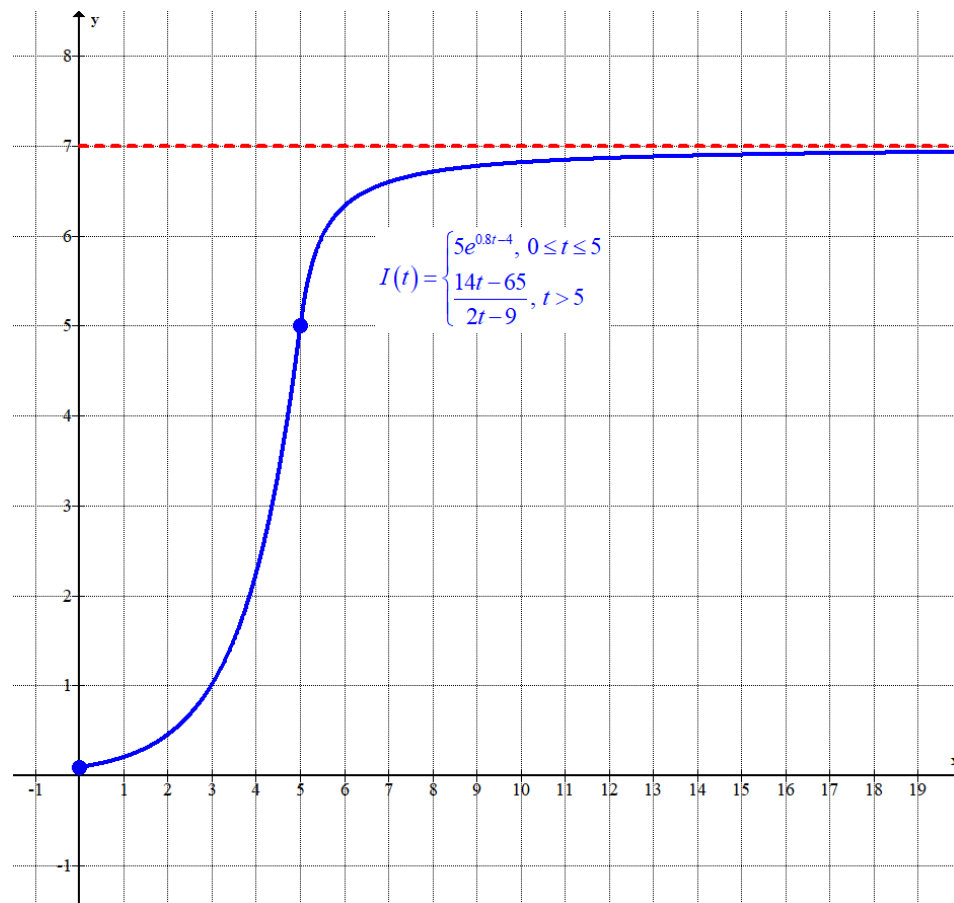
Coinciden las derivadas laterales y la función es derivable en $t = 5$. La función es derivable en su dominio de definición $[0, +\infty)$.

b) En el intervalo $[0, 5)$ la derivada es $I'(t) = 4e^{0.8t-4}$, que siempre es positiva. La función crece en dicho intervalo y su valor más alto se alcanza para $t = 5$: $I(5) = 5$, es decir, el valor más alto es de 5000 corredores y no se superan los 7500.

En el intervalo $(5, +\infty)$ la derivada es $I'(t) = \frac{4}{(2t-9)^2}$, que siempre es positiva. La función crece en dicho intervalo y su valor más alto se alcanza cuando t tiende a $+\infty$. Calculamos el límite de la función cuando t tiende a $+\infty$.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{14t-65}{2t-9} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\frac{14t}{t} - \frac{65}{t}}{\frac{2t}{t} - \frac{9}{t}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{14 - \frac{65}{t}}{2 - \frac{9}{t}} = \frac{14 - \frac{65}{\infty}}{2 - \frac{9}{\infty}} = \frac{14-0}{2-0} = 7$$

En el intervalo $(5, +\infty)$ la función no supera el valor de 7, es decir, no se superan los 7000 corredores y, por tanto, no se superan los 7500.



2. Dada la siguiente matriz $A \in M_{3 \times 3}$ con $k \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -k & 0 \\ 1 & 2 & k \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$$

a) Averiguar los valores de k para los que la matriz A tiene inversa. 0.75

b) Calcular la matriz inversa de A , cuando $k=1$ 1.25

a) Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -k & 0 \\ 1 & 2 & k \\ k & 0 & k \end{vmatrix} = 6k - k^3 + 0 - 0 + k^2 - 0 = -k^3 + k^2 + 6k$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -k^3 + k^2 + 6k = 0 \Rightarrow -k(k^2 - k - 6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{k=0} \\ k^2 - k - 6 = 0 \rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(-6)}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{1+5}{2} = \boxed{3=k} \\ \frac{1-5}{2} = \boxed{-2=k} \end{cases} \end{cases}$$

La matriz A tiene inversa cuando su determinante es distinto de cero. La matriz A tiene inversa para cualquier valor de k distinto de -2 , 0 y 3 .

b) Para $k=1$ la matriz queda $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculamos su inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 6 - 1 + 1 = 6 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^T)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}}{6} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ -1/3 & -1/6 & 7/6 \end{pmatrix}$$

3. En el espacio tridimensional, se conoce que el siguiente plano y recta son secantes:

$$\pi : x + 3y + 2z = 10 \quad ; \quad r : \frac{x+21}{11} = 3 - y = \frac{5-z}{2}$$

a) Averiguar el punto de corte entre el plano π y la recta r . 1

b) Calcular el ángulo generado por el plano π y la recta r . 1

a) Obtenemos las ecuaciones paramétricas de la recta y resolvemos el sistema formado por las ecuaciones de recta y plano.

$$r : \frac{x+21}{11} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{-2} \Rightarrow \begin{cases} P_r(-21, 3, 5) \\ \vec{v}_r = (11, -1, -2) \end{cases} \Rightarrow r : \begin{cases} x = -21 + 11\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases}$$

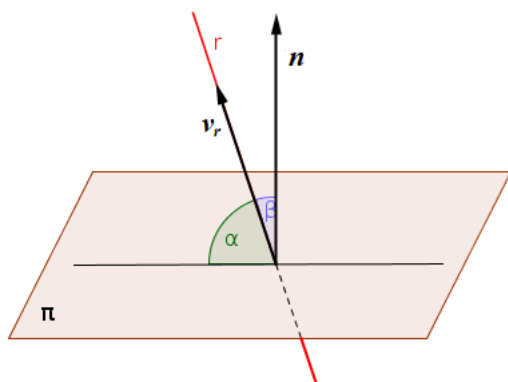
$$\pi : x + 3y + 2z = 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -21 + 11\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow -21 + 11\lambda + 3(3 - \lambda) + 2(5 - 2\lambda) = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -21 + 11\lambda + 9 - 3\lambda + 10 - 4\lambda = 10 \Rightarrow 4\lambda = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = -21 + 33 = 12 \\ y = 3 - 3 = 0 \\ z = 5 - 6 = -1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{Q(12, 0, -1)}$$

El punto Q de corte del plano y la recta tiene coordenadas $Q(12, 0, -1)$.

b) Obtenemos el ángulo formado por un vector director de la recta y un vector normal del plano.



$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_r = (11, -1, -2) \\ \pi : x + 3y + 2z = 10 \rightarrow \vec{n} = (1, 3, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(\vec{v}_r, \vec{n}) = \frac{|\vec{v}_r \cdot \vec{n}|}{|\vec{v}_r| |\vec{n}|} =$$

$$= \frac{|(11, -1, -2) \cdot (1, 3, 2)|}{\sqrt{11^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{11 - 3 - 4}{\sqrt{126} \sqrt{14}} = \frac{2}{21}$$

$$\beta = (\vec{v}_r, \vec{n}) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{21}\right) = 84.5^\circ$$

El ángulo formado entre recta y plano es $\alpha = 90^\circ - 84.5^\circ = 5.5^\circ$.

4A. Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \sqrt{7x+5} dx$$

Calculamos la integral indefinida usando el método de cambio de variable.

$$\int \sqrt{7x+5} dx = \left\{ \sqrt{7x+5} = t \rightarrow 7x+5 = t^2 \rightarrow 7dx = 2tdt \rightarrow dx = \frac{2tdt}{7} \right\} =$$

$$= \int t \frac{2tdt}{7} = \frac{2}{7} \int t^2 dt = \frac{2}{7} \cdot \frac{t^3}{3} = \frac{2t^3}{21} = \left\{ \sqrt{7x+5} = t \right\} = \boxed{\frac{2\sqrt{(7x+5)^3}}{21} + K}$$

4B. Dada la siguiente función:

$$f(x) = x^2 \cdot e^{1-x}$$

a) Averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. 1.25

b) Estudiar la tendencia de $f(x)$ cuando se aproxima a $\pm\infty$

¿Qué se puede afirmar en relación a la asíntota horizontal de $f(x)$? 0.75

a) Obtenemos los puntos críticos de la función.

$$f(x) = x^2 \cdot e^{1-x} \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot e^{1-x} + x^2 \cdot (-1)e^{1-x} = (2x - x^2)e^{1-x} = x(2-x)e^{1-x}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x(2-x)e^{1-x} = 0 \Rightarrow \{e^{1-x} \neq 0\} \Rightarrow x(2-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $x = 0$ y $x = 2$.

- En el intervalo $(-\infty, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale

$$f'(-1) = (2(-1) - (-1)^2)e^{1-(-1)} = -3e^2 < 0. \text{ La función decrece en } (-\infty, 0).$$

- En el intervalo $(0, 2)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = (2 - 1^2)e^{1-1} = 1 > 0$. La función crece en $(0, 2)$.

- En el intervalo $(2, +\infty)$ tomamos $x = 3$ y la derivada vale $f'(3) = (2 \cdot 3 - 3^2)e^{1-3} = \frac{-3}{e^2} < 0$. La función decrece en $(2, +\infty)$.

La función decrece en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ y crece en $(0, 2)$.

b) Calculamos el límite de la función cuando x tiende a $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^{x-1}} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indeterminación (L'Hôpital)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^{x-1}} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indeterminación (L'Hôpital)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^{x-1}} = \frac{2}{+\infty} = 0$$

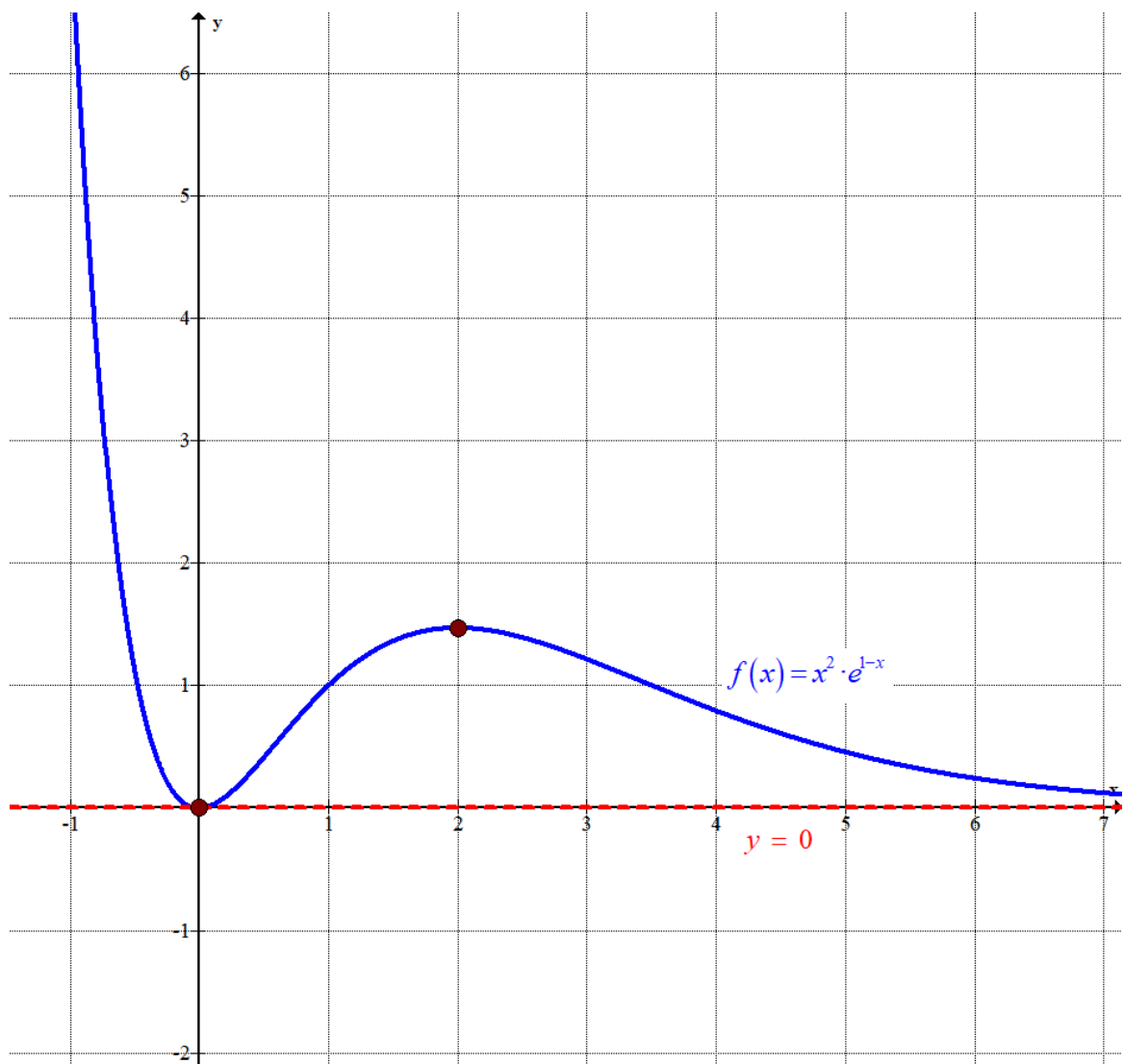
Calculamos el límite de la función cuando x tiende a $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \cdot e^{1-x} = (-\infty)^2 \cdot e^{+\infty} = +\infty$$

La función tiende a 0 cuando x tiende a $+\infty$.

La función tiende a $+\infty$ cuando x tiende a $-\infty$.

La función tiene a la recta $y = 0$ como asíntota horizontal cuando x tiende a $+\infty$.



5A. La playa de Famara (Lanzarote) es muy famosa por la calidad de sus olas para la realización de Surf. La academia de surf “FaMa-t-Surf” ofrece cursos para quienes quieren iniciarse en este deporte y garantiza que, tras sus sesiones de formación, un surfista principiante surfeará la ola con un 70% de posibilidades.

- a) Se elige al azar un surfista que ha seguido las clases de esta academia. Si intenta surfear 5 olas, ¿cuál es la probabilidad de que logre surfear alguna de ellas? 1.25
- b) Para contratar un nuevo monitor se evalúa a un surfista experimentado que tiene un 90% de probabilidad de surfear una ola. Se contrata si logra surfear al menos 14 de 15 olas, ¿cuál es la probabilidad de que consiga el puesto? 0.75

- a) Sea X = el número de olas que surfeará un surfista de un grupo de 5 olas, Es una variable binomial siendo el número de repeticiones $n = 5$ y p = probabilidad de surfear una ola = 0.70. $X = B(5, 0.7)$.

Calculamos la probabilidad de que el surfista logre surfear alguna de las 5 olas $P(X \geq 1)$ usando el suceso contrario.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{5}{0} 0.7^0 \cdot 0.3^5 = 1 - 0.3^5 = \boxed{0.99757}$$

La probabilidad de que logre surfear alguna de las 5 olas es de 0.99757.

- b) Sea X = el número de olas que surfeará un surfista de un grupo de 15, Es una variable binomial siendo el número de repeticiones $n = 15$ y p = probabilidad de surfear una ola = 0.90. $X = B(15, 0.9)$.

Para conseguir el puesto de monitor debe surfear al menos 14 de las 15 olas. Calculamos la probabilidad de conseguirlo: $P(X \geq 14)$.

$$\begin{aligned} P(X \geq 14) &= P(X = 14) + P(X = 15) = \binom{15}{14} 0.9^{14} \cdot 0.1^1 + \binom{15}{15} 0.9^{15} \cdot 0.1^0 = \\ &= 15 \cdot 0.9^{14} \cdot 0.1 + 0.9^{15} \approx \boxed{0.549} \end{aligned}$$

La probabilidad de que consiga el puesto es de 0.549.

5B. El servicio de instrumentación del Roque de los Muchachos (La Palma) recibe un lote de 120 sensores de luz. De estos, 20 sensores de luz son de ultra-alta sensibilidad destinados al telescopio LST-1, y el resto son de sensibilidad estándar y se reparten por igual entre los telescopios MAGIC I y MAGIC II.

Tras el largo transporte por carretera hasta la cumbre, la probabilidad de que un sensor de los MAGIC sufra un micro-desajuste y se deba recalibrar en el laboratorio, es del 1.6%. Mientras que, sensores del LST-1 están en embalajes más reforzados y el micro-desajuste sucede el 0.9% de las veces.

Antes de instalarlos, el jefe de operaciones elige al azar un sensor del lote para comprobar su estado.

- Calcular la probabilidad de que el sensor de luz elegido deba ser recalibrado. 1
- Elegido un sensor de luz que no requiere recalibración, justificar razonadamente si la probabilidad de que pertenezca al telescopio MAGIC-II es superior al doble de la probabilidad de que proceda del telescopio LST1? 1

Llamamos L al suceso “elegir un sensor de los LST-1”, M a “elegir un sensor para los MAGIC” y D a “el sensor ha sufrido un micro-desajuste y debe ser recalibrado”.

Tenemos las probabilidades siguientes:

$$P(L) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0.1667; P(M) = \frac{100}{120} = \frac{5}{6} \approx 0.8333; P(D/M) = 0.016; P(D/L) = 0.009$$

- Nos piden calcular $P(D)$, Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(L)P(D/L) + P(M)P(D/M) = \frac{1}{6} \cdot 0.009 + \frac{5}{6} \cdot 0.016 = \frac{89}{6000} \approx \boxed{0.0148}$$

La probabilidad de que el sensor de luz elegido deba ser recalibrado tiene un valor de 0.0148.

- Calculamos $P(M/\bar{D})$ y $P(L/\bar{D})$.

$$P(M/\bar{D}) = \frac{P(M \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(M)P(\bar{D}/M)}{1 - P(D)} = \frac{\frac{5}{6} \cdot (1 - 0.016)}{1 - \frac{89}{6000}} = \frac{4920}{5911}$$

$$P(L/\bar{D}) = \frac{P(L \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(L)P(\bar{D}/L)}{1 - P(D)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot (1 - 0.009)}{1 - \frac{89}{6000}} = \frac{991}{5911}$$

Es cierto que elegido un sensor de luz que no requiere recalibración, la probabilidad de que pertenezca al telescopio MAGIC-II $\left(\frac{4920}{5911}\right)$ es superior al doble de la probabilidad de que

proceda del telescopio LST1 $\left(2 \cdot \frac{991}{5911} = \frac{1982}{5911}\right)$.