

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una tarea de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

APARTADO 1 [2,5 puntos]. Bloque A+D. Resuelve una de las siguientes tareas (1A o 1B):

1A) Considera las matrices presentadas a continuación,

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3 \\ 1 & 4 & -a \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

donde el parámetro $a \in \mathbb{R}$. Responde a las siguientes cuestiones:

- [1 punto] Halla los valores del parámetro a para los que A tiene inversa.
- [1,5 puntos] Considera $a = 0$, calcula la matriz X que cumple:

$$AXB = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1B) Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a^3x + y + az &= 1 \\ ax + a^2y &= a \end{cases}$$

dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Responde a las siguientes cuestiones:

- a) [1,5 puntos] Discute el sistema en función de los valores de a .
- b) [0,5 puntos] Considera $a = 0$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.
- c) [0,5 puntos] Considera $a = 2$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

APARTADO 2 [2,5 puntos]. Bloque B. Resuelve una de las siguientes tareas (2A o 2B):

2A) Considera la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln x}{x} + 4a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

donde $a \in \mathbb{R}$. Responde a las siguientes cuestiones:

- a) [0,75 puntos] Calcula los valores de a para los cuales $f(x)$ es continua en todo su dominio.
- b) [0,75 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x)$, en función de a .
- c) [1 punto] Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

2B) Considera la siguiente función real:

$$f(x) = \frac{x}{1 - \sqrt{x}}$$

y responde a las siguientes cuestiones:

- a) [0,5 puntos] Determina el dominio de definición de $f(x)$.
- b) [1,25 puntos] Calcula una primitiva de $f(x)$, que se haga nula en $x = 0$.
- c) [0,75 puntos] Calcula el valor de x para el cual $f(x)$ alcanza el valor máximo en $(1, \infty)$.

APARTADO 3 [2,5 puntos]. Bloque C. Resuelve esta tarea.

3) Considera los puntos $A = (0, 5, -1)$ y $B = (-3, 11, -10)$, y la recta

$$r: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$$

- a) [0,5 puntos] Estudia la posición relativa de r y la recta que contiene a A y B .
- b) [1 punto] Calcula el área del triángulo formado por los vértices A , B y un punto genérico de r .
- c) [1 punto] Halla la ecuación general o implícita del plano que contiene a r y A .

APARTADO 4 [2,5 puntos]. Bloque E. Resuelve una de las siguientes tareas (4A o 4B).

4A) Tenemos 3 cajas (caja A, caja B y caja C) y bolas rojas o blancas. La caja A contiene 10 bolas, de las cuales 4 son blancas. La caja B contiene 6 bolas, de las cuales solo una es blanca. La caja C contiene 3 bolas blancas en un total de 8 bolas.

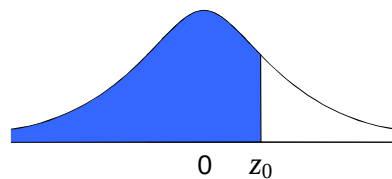
- a) [0,5 puntos] Calcula la probabilidad de que, al sacar al azar una bola de cualquiera de las cajas, esta sea blanca.
- b) [1 punto] Calcula la probabilidad de que, habiendo escogido al azar una bola blanca, pertenezca a la caja B.
- c) [1 punto] Calcula la probabilidad de que, sacando al azar dos bolas de las cajas A o B, se obtengan dos bolas blancas.

4B) La venta de pizzas a la semana de un establecimiento sigue una distribución normal, con una media de 300 pizzas y una desviación típica de 62 pizzas.

- a) [1 punto] Calcula la probabilidad de que, escogiendo una semana al azar el establecimiento venda más de 370 pizzas.
- b) [1 punto] Calcula la probabilidad de que, escogiendo una semana al azar, el establecimiento venda entre 200 y 350 pizzas.
- c) [0,5 puntos] Calcula la probabilidad de que, escogiendo al azar dos semanas, se vendan, al menos, 150 pizzas en cada una de ellas.

Tabla de la distribución normal N(0,1)

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	3,9