



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)
Curso 2025–2026
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El examen consta de cinco preguntas, las tres primeras obligatorias. Las dos últimas preguntas tienen opcionalidad interna.

Cada pregunta se puntúa con 2 puntos.

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Solo se permite el uso de calculadoras que aparecen en el listado publicado en la web de la Universidad de La Rioja. No se permite el préstamo de materiales (ni bolígrafos, ni tñpex, ni materiales auxiliares) entre el alumnado, durante el examen.

PARTE A (Contesta TODAS las preguntas de esta parte. Preguntas 1, 2 y 3.)

Pregunta 1.

En una prueba de diagnóstico médico se hace la medición de cierto índice que sigue una distribución normal. Los índices tipificados de dos individuos fueron 0.6 y -0.8 y sus índices reales son 109 y 88, respectivamente.

Calcula:

- la media y desviación típica del índice analizado. [1 punto]
- entre que valores simétricos respecto a la media está el índice del 80 % de los individuos de dicho estudio. [1 punto]

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

Pregunta 2.

Contesta justificadamente los siguientes apartados:

En Semana Santa, dos pasos salen en procesión por dos calles perpendiculares. El primer paso sale de la iglesia A a 3 km/h y el segundo sale a la misma hora de la iglesia B a 2.8 km/h, ambos en sentido al mismo cruce de las calles. La distancia de la iglesia A hasta el cruce es de 2.2 km y desde la iglesia B hasta el cruce, de 2 km.

- a) Determina en qué momento la distancia entre los dos pasos es mínima. [1.75 puntos]
- b) Determina la distancia mínima. [0.25 puntos]

Pregunta 3.

Contesta justificadamente los siguientes apartados:

- a) Dos productos A y B compiten en el mercado. Sus demandas x_a y x_b están relacionadas con sus precios, p_a y p_b , por las siguientes ecuaciones de demanda:

$$x_a = 17 - 2p_a + \frac{1}{2}p_b, \quad x_b = 20 - 3p_b + \frac{1}{2}p_a.$$

Las ecuaciones de oferta son:

$$p_a = 2 + x_a + \frac{1}{3}x_b, \quad p_b = 2 + \frac{1}{2}x_b + \frac{1}{4}x_a,$$

que dan los precios a los cuales las cantidades x_a e x_b estarán disponibles en el mercado. Calcula los valores de equilibrio de x_a , x_b , p_a y p_b que resuelven el sistema planteado:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1/2 & 3 \\ -1 & -1/3 & 1 & 0 \\ -1/4 & -1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ p_a \\ p_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 20 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

[1 punto]

- b) Dada la matriz

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

calcula $A = I_4 - X(X^t X)^{-1} X^t$ y comprueba que es idempotente, es decir, que $A^2 = A$. [1 punto]

PARTE B (Preguntas 4 y 5.)

Pregunta 4. Contesta solo a una de las siguientes preguntas (4.1 o 4.2)

4.1 Halla el área total de la figura limitada por $y = x^3$, $y = 2x$ e $y = x$. [2 puntos]

4.2 a) Sea $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Determinar todas las ecuaciones de las rectas tangentes horizontales a la gráfica de la función f . [1 punto]

b) Dados $a, b \in \mathbb{R}$, estudia la continuidad de f , en función de a, b , para todos los puntos de $\mathbb{R}$ de la siguiente función: [1 punto]

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax+b}, & \text{si, } x < 1, \\ e, & \text{si, } x = 1, \\ e - ax + 1, & \text{si, } x > 1. \end{cases}$$

Pregunta 5. Contesta solo a una de las siguientes preguntas (5.1 o 5.2)

5.1 Contesta justificadamente los siguientes apartados:

Sean la recta $r : \frac{x}{3} = y = \frac{z-11}{-1}$ y el punto $P \equiv (0, 1, 1)$.

a) Determina la ecuación del plano que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta r . [1 punto]

b) Halla la distancia de P a la recta r . [1 punto]

5.2 Contesta justificadamente los siguientes apartados:

Determina los valores de a para que los planos de ecuaciones:

$$\begin{cases} \pi_1 : x + y + z = 1, \\ \pi_2 : (a-1)x + y + z = a, \\ \pi_3 : x + (a-1)y - z = 0, \end{cases}$$

a) se corten en un punto. En este caso, determina el punto de corte. [1 punto]

b) se corten en una recta. En este caso, determina la recta en su forma paramétrica. [1 punto]

Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)
Curso 2025–2026
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

1.

- a) Plantear el sistema para obtener la media y desviación típica. [1 punto]
- b) Usar las propiedades de la distribución normal y buscar en la tabla. [1 punto]

2. Planteamiento del problema, llegando a la expresión de la función a optimizar. [1 punto]

Cálculo de la primera derivada. [0.25 puntos]

Cálculo del extremo relativo. [0.25 puntos]

Cálculo de la segunda derivada para garantizar que es un mínimo, y cálculo del mínimo. [0.5 puntos]

3.

- a) Resolver el sistema para obtener el punto de equilibrio x_a , x_b , p_a y p_b . [1 punto]
- b) Operar matricialmente y determinar la matriz A . [0.75 puntos]
Comprobar que la matriz A es idempotente, [0.25 puntos].

4.1 Cálculo de los puntos de corte de la curva x^3 y la rectas $2x$ y x . [0.5 puntos].

Planteamiento integral para el cálculo del área encerrada. [0.75 puntos]

Cálculo numérico del valor del área aplicando Barrow. [0.75 puntos]

4.2 a) Cálculo de la primera derivada. [0.25 puntos]

Cálculo de las abscisas donde la pendiente de la recta tangente es nula. [0.25 puntos]

Determinar las rectas tangentes en las abscisas obtenidas. [0.5 puntos]

- b) Cálculo de los límites laterales [0.5 puntos].

Establecer la continuidad de la función a partir de los límites laterales y el valor de la función en $x = 1$. [0.5 puntos]

5.1

- a) Plantear la ecuación del plano que pasa por el punto P y es perpendicular a r , [1 punto].
- b) Obtener el punto intersección P' de plano y la recta r . Calcular la distancia $d(P, P')$, [1 punto].

5.2

- a) Determinar los valores del parámetro a para que el sistema sea compatible determinado. En este caso, los planos se cortan en un punto. [1 punto]
- b) Determinar los valores del parámetro a para que el sistema sea compatible indeterminado, tal que $\dim A = \dim(A|b) = 2$, siendo A y $(A|b)$ la matriz y su ampliada respectivamente, asociadas al sistema. En este caso, los planos se cortan en una recta. [1 punto]