

CONVOCATÒRIA:	CONVOCATORIA:
ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES II	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CRITERIS DE CORRECCIÓ / CRITERIOS DE CORRECCIÓN

En les respostes s'han d'escriure tots els passos del raonament utilitzat

PREGUNTA 1: PROBABILITAT I ESTADÍSTICA (2.5 punts)

Rafa i Roger són dos tennistes que s'han enfrontat al llarg de les seues carreres professionals en tres tipus de superfícies: herba, terra batuda i pista dura. El 10% dels partits es van jugar en herba i el 40% en terra batuda. D'altra banda, Rafa va guanyar el 25% dels partits jugats en herba, mentre que Roger va guanyar el 12.5% dels jugats en terra batuda i el 55% en pista dura.

Respon a tots els apartats

- 1.1 (0.75 punts)** Entre tots els enfrontaments, quin és el percentatge de partits que ha guanyat Roger?
- 1.2 (0.75 punts)** Si Rafa va guanyar un partit, quina és la probabilitat que es jugara en pista dura?
- 1.3 (1 punt)** Si prenem una mostra de 10 partits jugats en pista dura, quina és la probabilitat que Roger hi haja guanyat 5 o 6 partits?

Solució:

1.1. $P(\text{Roger}) = \frac{2}{5} = 0,4$. Això és el 40%.

1.2. $P(\text{PD}/\text{Rafa}) = \frac{3}{8} = 0,375$.

1.3. $X = \text{Nombre de partits que ha guanyat Roger en pista dura} \equiv B(n = 10, p = 0.55)$.

$Y = \text{Nombre de partits que ha guanyat Rafa en pista dura} \equiv B(n = 10, p = 0.45)$.

$$P(5 \leq X \leq 6) = P(4 \leq Y \leq 5) = 0.7384 - 0.2660 = 0.4724.$$

PREGUNTA 2: ÀLGEBRA (2.5 punts)

Respon a l'apartat 2.1 o a l'apartat 2.2

2.1 Mitjançant un procés de barreja continu en tres tancs interconnectats, una planta química produeix tres compostos, X, Y, Z, lligats a uns valors reals x , y , z , respectivament, anomenats pseudodensitats. Les pseudodensitats en els tancs han d'estar en equilibri per a mantenir-hi la concentració desitjada dels productes. Els enginyers del procés han establert les condicions d'equilibri següents:

- **Tanc 1.** La suma de la pseudodensitat x més el triple de la pseudodensitat y més la pseudodensitat z ha de valdre 5.
- **Tanc 2.** La suma de α vegades la pseudodensitat x més el doble de la pseudodensitat z s'ha d'anul·lar, on α és el factor catalitzador.
- **Tanc 3.** La pseudodensitat z ha de ser α vegades la pseudodensitat y .

2.1.1 (1.25 punts) Estudia l'existència i el nombre de solucions x, y, z (les possibles configuracions d'equilibri) en funció dels valors del factor catalitzador α .

2.1.2 (1.25 punts) Quan el factor catalitzador satisfà $\alpha \neq -1$, el procés assoleix estats d'equilibri factibles. En aquest cas, calcula, si existeixen, els valors x, y, z , en funció del valor α .

Solució:

2.1.1. Si $\alpha \neq 0, -1$, el sistema és compatible determinat. Si $\alpha = 0$, el sistema és compatible indeterminat. Si $\alpha = -1$, el sistema és incompatible.

2.1.2. Per a $\alpha \neq 0, -1$, la solució és $(x, y, z) = \left(\frac{-10}{1+\alpha}, \frac{5}{1+\alpha}, \frac{5\alpha}{1+\alpha}\right)$. Per a $\alpha = 0$, la solució és $(x, y, z) = (5 - 3t, t, 0)$.

2.2 Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ i el vector $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$:

2.2.1 (1 punt) Resol el sistema d'equacions $Ax = Bx + b$.

2.2.2 (0.75 punts) Troba el valor de $\det(A^5(2B)^{-1})$.

2.2.3 (0.75 punts) Calcula els valors de α i β , si n'hi ha, que satisfan $\alpha A + \beta B = I$, sent I la matriu identitat.

Solució:

2.2.1. $x = \begin{pmatrix} -2/7 \\ 1/7 \end{pmatrix}$.

2.2.2. $\frac{243}{76}$.

2.2.3. $\alpha = -2$ i $\beta = 1$.

PREGUNTA 3: GEOMETRIA (2.5 punts)

Respon a l'apartat 3.1 o a l'apartat 3.2

3.1 Es consideren els punts de l'espai $A(0, -1, 0)$ i $B(1, 0, 1)$, i el vector $v = (2, -1, 1)$.

3.1.1 (0.75 punts) Troba una equació del pla π que és perpendicular a v i passa per A .

3.1.2 (0.75 punts) Troba una equació de la recta que és perpendicular a π i passa per B .

3.1.3 (0.75 punts) Troba el punt C del pla π que està més prop de B .

3.1.4 (0.25 punts) Calcula la distància del punt B al pla π .

Solució:

3.1.1. $\pi: 2x - y + z = 1$.

3.1.2. $(x, y, z) = (1 + 2\alpha, -\alpha, 1 + \alpha)$.

3.1.3. $C\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

3.1.4. $d(B, \pi) = \frac{2}{\sqrt{6}} \approx 0.8165$.

3.2 Donat el pla $\pi: 2x + 3y - z = 0$ i els punts $A(0,0,0)$, $B(10,0,-20)$, $C(0,15,-30)$ i $D(1,2,-1)$:

3.2.1 (0.5 punts) Estudia si el triangle ABC està contingut en el pla π .

3.2.2 (1.25 punts) Calcula les coordenades de la projecció del punt D sobre el pla format pels punts A , B i C .

3.2.3 (0.75 punts) Calcula la distància del punt D al pla π .

Solució:

3.2.1. No ho està. Els punts B i C no estan continguts en el pla.

3.2.2. La projecció és el punt $\left(\frac{-1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{-14}{9}\right)$.

3.2.3. $d(D, \pi) = \frac{9}{\sqrt{14}} \approx 2.4054$.

PREGUNTA 4: ANÀLISI (2.5 punts)

Respon a l'apartat 4.1 o a l'apartat 4.2

4.1 Un brot de grip es propaga durant uns dies. El coeficient de gravetat de la grip t dies després d'iniciar-se el brot ve donat per una funció $F(t)$ amb una derivada $F'(t) = t^2(10 - t)$.

4.1.1 (1.25 punts) Calcula la funció $F(t)$ sabent que en $t = 0$ el coeficient de gravetat és 6.

4.1.2 (1.25 punts) Calcula quants dies després d'iniciar-se el brot s'arriba al valor màxim del coeficient i quin és aquest número.

Solució:

4.1.1. $F(t) = -\frac{1}{4}t^4 + \frac{10}{3}t^3 + 6$.

4.1.2. El màxim és als 10 dies i el valor d'aquest és $F(10) = 839.33$.

4.2 Un arquitecte dissenya un hivernacle menut per a un jardí. El terra de l'hivernacle té forma de triangle per a maximitzar-ne l'eficiència i la captació de llum. El perímetre total de l'hivernacle està fixat en 60 metres per a complir amb les restriccions mediambientals de la zona. Un dels costats del triangle fa x metres i els altres dos costats tenen la mateixa longitud.

4.2.1 (1 punt) Dedueix l'expressió de la funció $A(x)$ que representa l'àrea del terra de l'hivernacle.

4.2.2 (1.5 punts) L'arquitecte defineix una funció d'eficiència estructural $f(x)$ que es calcula com el quadrat de l'àrea del terra de l'hivernacle. Obtén el valor de x per al qual l'eficiència estructural és màxima i troba'n l'àrea en aquest cas.

Solució:

4.2.1. $A(x) = \frac{x}{2} \sqrt{900 - 30x}$.

4.2.2. $f(x) = \frac{x^2}{4} (900 - 30x)$. $f'(x) = 450x - \frac{45}{2}x^2$. El màxim s'obté per a $x = 20$ metres, la segona derivada és negativa. $A(20) = 100\sqrt{3} \approx 173.205 \text{ m}^2$.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2.5 puntos)

Rafa y Roger son dos tenistas que se han enfrentado a lo largo de sus carreras profesionales en tres tipos superficies: hierba, tierra batida y pista dura. El 10% de los partidos se jugaron en hierba y el 40% en tierra batida. Por otra parte, Rafa ganó el 25% de los partidos jugados en hierba, mientras que Roger ganó el 12.5% de los jugados en tierra batida y el 55% en pista dura. Se pide:

Responda a todos los apartados

- 1.1 (0.75 puntos)** Entre todos sus enfrentamientos, ¿cuál es el porcentaje de partidos que ha ganado Roger?
- 1.2 (0.75 puntos)** Si un partido fue ganado por Rafa, ¿cuál es la probabilidad de que se jugara en pista dura?
- 1.3 (1 punto)** Si tomamos una muestra de 10 partidos jugados en pista dura, ¿cuál es la probabilidad de que Roger haya ganado 5 o 6 partidos?

Solución:

1.1. $P(\text{Roger}) = \frac{2}{5} = 0.4$. Esto es el 40%.

1.2. $P(\text{PD/Rafa}) = \frac{3}{8} = 0.375$.

1.3. $X = \text{Número de partidos ganados por Roger en pista dura} \equiv B(n = 10, p = 0.55)$.

$Y = \text{Número de partidos ganados por Rafa en pista dura} \equiv B(n = 10, p = 0.45)$.

$$P(5 \leq X \leq 6) = P(4 \leq Y \leq 5) = 0.7384 - 0.2660 = 0.4724.$$

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2.5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Mediante un proceso de mezclado continuo en tres tanques interconectados, una planta química produce tres compuestos, X, Y, Z, ligados a unos valores reales x, y, z , respectivamente, llamados pseudodensidades. Las pseudodensidades en los tanques deben estar en equilibrio para mantener la concentración deseada de los productos. Los ingenieros del proceso han establecido las siguientes condiciones de equilibrio:

- **Tanque 1:** La suma de la pseudodensidad x , más el triple de la pseudodensidad y , más la pseudodensidad z ha de valer 5.
- **Tanque 2:** La suma de α veces la pseudodensidad x , mas el doble de la pseudodensidad z debe anularse, donde α es el factor catalizador.
- **Tanque 3:** La pseudodensidad z ha de ser α veces la pseudodensidad y .

Se pide:

2.1.1 (1.25 puntos) Estudiar la existencia y el número de soluciones x, y, z (las posibles configuraciones de equilibrio) en función de los valores del factor catalizador α .

2.1.2 (1.25 puntos) Cuando el factor catalizador satisface $\alpha \neq -1$, el proceso alcanza estados de equilibrio factibles. En este caso, calcular, si existen, los valores x, y, z , en función del valor α .

Solución:

2.1.1 Si $\alpha \neq 0, -1$, el sistema es compatible determinado. Si $\alpha = 0$, el sistema es compatible indeterminado. Si $\alpha = -1$, el sistema es incompatible.

2.1.2 Para $\alpha \neq 0, -1$, la solución es $(x, y, z) = \left(\frac{-10}{1+\alpha}, \frac{5}{1+\alpha}, \frac{5\alpha}{1+\alpha}\right)$. Para $\alpha = 0$, la solución es $(x, y, z) = (5 - 3t, t, 0)$.

2.2 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y el vector $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

2.2.1 (1 punto) Resolver el sistema de ecuaciones $Ax = Bx + b$.

2.2.2 (0.75 puntos) Hallar el valor de $\det(A^5(2B)^{-1})$.

2.2.3 (0.75 puntos) Calcular los valores de α y β , si existen, que satisfacen $\alpha A + \beta B = I$, siendo I la matriz identidad.

Solución:

$$2.2.1 \quad x = \begin{pmatrix} -2/7 \\ 1/7 \end{pmatrix}.$$

$$2.2.2 \quad \frac{243}{76}.$$

$$2.2.3 \quad \alpha = -2 \text{ y } \beta = 1.$$

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2.5 puntos)**Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2**

3.1 Se consideran los puntos del espacio $A(0, -1, 0)$ y $B(1, 0, 1)$, y el vector $v = (2, -1, 1)$. Se pide:

3.1.1 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación del plano π que es perpendicular a v y pasa por A .

3.1.2 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por B .

3.1.3 (0.75 puntos) Encontrar el punto C del plano π que está más cerca de B .

3.1.4 (0.25 puntos) Calcular la distancia del punto B al plano π .

Solución:

$$3.1.1 \quad \pi: 2x - y + z = 1.$$

$$3.1.2 \quad (x, y, z) = (1 + 2\alpha, -\alpha, 1 + \alpha).$$

$$3.1.3 \quad C\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right).$$

$$3.1.4 \quad d(B, \pi) = \frac{2}{\sqrt{6}} \approx 0.8165.$$

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + 3y - z = 0$ y los puntos $A(0,0,0)$, $B(10,0,-20)$, $C(0,15,-30)$ y $D(1,2,-1)$, se pide:

3.2.1 (0.5 puntos) Estudiar si el triángulo ABC está contenido en el plano π .

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular las coordenadas de la proyección del punto D sobre el plano formado por los puntos A , B y C .

3.2.3 (0.75 puntos) Calcular la distancia del punto D al plano π .

Solución:

3.2.1 No lo está. Los puntos B y C no están contenidos en el plano.

3.2.2 La proyección es el punto $\left(\frac{-1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{-14}{9}\right)$.

3.2.3 $d(D, \pi) = \frac{9}{\sqrt{14}} \approx 2.4054$.

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2.5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Un brote de gripe se propaga a lo largo de unos días. El coeficiente de gravedad de la gripe t días después de iniciarse el brote viene dado por una función $F(t)$ cuya derivada es $F'(t) = t^2(10 - t)$. Se pide:

4.1.1 (1.25 puntos) Calcular la función $F(t)$ sabiendo que en $t = 0$ el coeficiente de gravedad es 6.

4.1.2 (1.25 puntos) Calcular cuántos días después de iniciarse el brote se alcanza el valor máximo del coeficiente y cuál es dicho número.

Solución:

4.1.1 $F(t) = -\frac{1}{4}t^4 + \frac{10}{3}t^3 + 6$.

4.1.2 El máximo es a los 10 días y el valor de éste es $F(10) = 839.33$.

4.2 Un arquitecto está diseñando un pequeño invernadero para un jardín. El suelo del invernadero tiene forma de triángulo para maximizar la eficiencia y la captación de luz. El perímetro total del invernadero está fijado en 60 metros para cumplir con las restricciones medioambientales de la zona, uno de los lados del triángulo mide x metros y los otros dos lados tienen la misma longitud. Se pide:

4.2.1 (1 punto) Deducir la expresión de la función $A(x)$ que representa el área del suelo del invernadero.

4.2.2 (1.5 puntos) El arquitecto define una función de eficiencia estructural, $f(x)$, que se calcula como el cuadrado del área del suelo del invernadero. Obtener el valor de x para el que la eficiencia estructural es máxima y hallar el área en este caso.

Solución:

4.2.1 $A(x) = \frac{x}{2} \sqrt{900 - 30x}$.

4.2.2 $f(x) = \frac{x^2}{4}(900 - 30x)$. $f'(x) = 450x - \frac{45}{2}x^2$. El máximo se obtiene para $x = 20$ metros, la segunda derivada es negativa. $A(20) = 100\sqrt{3} \approx 173.205 \text{ m}^2$.

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))
Tabla de la distribución binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=0}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0		0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0		0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500
	1		0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8889	0,8775	0,8400	0,7975	0,7500
	2		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0		0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250
	1		0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,7407	0,7183	0,6480	0,5748	0,5000
	2		1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9630	0,9571	0,9360	0,9089	0,8750
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0		0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625
	1		0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,5926	0,5630	0,4752	0,3910	0,3125
	2		1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8889	0,8735	0,8208	0,7585	0,6875
	3		1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9877	0,9850	0,9744	0,9590	0,9375
	4		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0		0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0313
	1		0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,4609	0,4284	0,3370	0,2562	0,1875
	2		1,0000	0,9988	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,7901	0,7648	0,6826	0,5931	0,5000
	3		1,0000	1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9547	0,9460	0,9130	0,8688	0,8125
	4		1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9959	0,9947	0,9898	0,9815	0,9688
	5		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	0		0,9415	0,7351	0,5314	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0156
	1		0,9985	0,9672	0,8857	0,6554	0,5339	0,4202	0,3512	0,3191	0,2333	0,1636	0,1094
	2		1,0000	0,9978	0,9842	0,9011	0,8306	0,7443	0,6804	0,6471	0,5443	0,4415	0,3438
	3		1,0000	0,9999	0,9987	0,9830	0,9624	0,9295	0,8999	0,8826	0,8208	0,7447	0,6563
	4		1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9954	0,9891	0,9822	0,9777	0,9590	0,9308	0,8906
	5		1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9986	0,9982	0,9959	0,9917	0,9844
	6		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7	0		0,9321	0,6983	0,4783	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0078
	1		0,9980	0,9556	0,8503	0,5767	0,4449	0,3294	0,2634	0,2338	0,1586	0,1024	0,0625
	2		1,0000	0,9962	0,9743	0,8520	0,7564	0,6471	0,5706	0,5323	0,4199	0,3164	0,2266
	3		1,0000	0,9998	0,9973	0,9667	0,9294	0,8740	0,8267	0,8002	0,7102	0,6083	0,5000
	4		1,0000	1,0000	0,9998	0,9953	0,9871	0,9712	0,9547	0,9444	0,9037	0,8471	0,7734
	5		1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9987	0,9962	0,9931	0,9910	0,9812	0,9643	0,9375
	6		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9995	0,9994	0,9984	0,9963	0,9922
	7		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0		0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1		0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1951	0,1691	0,1064	0,0632	0,0352
	2		0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,4682	0,4278	0,3154	0,2201	0,1445
	3		1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,7414	0,7064	0,5941	0,4770	0,3633
	4		1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,9121	0,8939	0,8263	0,7396	0,6367
	5		1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9803	0,9747	0,9502	0,9115	0,8555
	6		1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9974	0,9964	0,9915	0,9819	0,9648
	7		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9998	0,9993	0,9983	0,9961
	8		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
9	0		0,9135	0,6302	0,3874	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0020
	1		0,9966	0,9288	0,7748	0,4362	0,3003	0,1960	0,1431	0,1211	0,0705	0,0385	0,0195
	2		0,9999	0,9916	0,9470	0,7382	0,6007	0,4628	0,3772	0,3373	0,2318	0,1495	0,0898
	3		1,0000	0,9994	0,9917	0,9144	0,8343	0,7297	0,6503	0,6089	0,4826	0,3614	0,2539
	4		1,0000	1,0000	0,9991	0,9804	0,9511	0,9012	0,8552	0,8283	0,7334	0,6214	0,5000
	5		1,0000	1,0000	0,9999	0,9969	0,9900	0,9747	0,9576	0,9464	0,9006	0,8342	0,7461
	6		1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9987	0,9957	0,9917	0,9888	0,9750	0,9502	0,9102
	7		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9990	0,9986	0,9962	0,9909	0,9805
	8		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9997	0,9992	0,9980
	9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
10	0		0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1		0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2		0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3		1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719
	4		1,0000	0,9999	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,7869	0,7515	0,6331	0,5044	0,3770
	5		1,0000	1,0000	0,9999	0,9936	0,9803	0,9527	0,9234	0,9051	0,8338	0,7384	0,6230
	6		1,0000	1,0000	1,0000	0,9991	0,9965	0,9894	0,9803	0,9740	0,9452	0,8980	0,8281
	7		1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984	0,9966	0,9952	0,9877	0,9726	0,9453
	8		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9995	0,9983	0,9955	0,9893
	9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9990
	10		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
11	0		0,8953	0,5688	0,3138	0,0859	0,0422	0,0198	0,0116	0,0088	0,0036	0,0014	0,0005
	1		0,9948	0,8981	0,6974	0,3221	0,1971	0,1130	0,0751	0,0606	0,0302	0,0139	0,0059
	2		0,9998	0,9848	0,9104	0,6174	0,4552	0,3127	0,2341	0,2001	0,1189	0,0652	0,0327
	3		1,0000	0,9984	0,9815	0,8389	0,7133	0,5696	0,4726	0,4256	0,2963	0,1911	0,1133
	4		1,0000	0,9999	0,9972	0,9496	0,8854	0,7897	0,7110	0,6683	0,5328	0,3971	0,2744
	5		1,0000	1,0000	0,9997	0,9883	0,9657	0,9218	0,8779	0,8513	0,7535	0,6331	0,5000
	6		1,0000	1,0000	1,0000	0,9980	0,9924	0,9784	0,9614	0,9499	0,9006	0,8262	0,7256
	7		1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9988	0,9957	0,9912	0,9878	0,9707	0,9390	0,8867
	8		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9994	0,9986	0,9980	0,9941	0,9852	0,9673
	9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9978	0,9941
	10		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995
	11		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
12	0		0,8864	0,5404	0,2824	0,0687	0,0317	0,0138	0,0077	0,0057	0,0022	0,0008	0,0002
	1		0,9938	0,8816	0,6590	0,2749	0,1584	0,0850	0,0540	0,0424	0,0196	0,0083	0,0032
	2		0,9998	0,9804	0,8891	0,5583	0,3907	0,2528	0,1811	0,1513	0,0834	0,0421	0,0193
	3		1,0000	0,9978	0,9744	0,7946	0,6488	0,4925	0,3931	0,3467	0,2253	0,1345	0,0730
	4		1,0000	0,9998	0,9957	0,9274	0,8424	0,7237	0,6315	0,5833	0,4382	0,3044	0,1938
	5		1,0000	1,0000	0,9995	0,9806	0,9456	0,8822	0,8223	0,7873	0,6652	0,5269	0,3872
	6		1,0000	1,0000	0,9999	0,9961	0,9857	0,9614	0,9336	0,9154	0,8418	0,7393	0,6128
	7		1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	0,9972	0,9905	0,9812	0,9745	0,9427	0,8883	0,8062
	8		1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9983	0,9961	0,9944	0,9847	0,9644	0,9270
	9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995	0,9992	0,9972	0,9921	0,9807
	10		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9989	0,9968
	11		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998
	12		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
13	0		0,8775	0,5133	0,2542	0,0550	0,0238	0,0097	0,0051	0,0037	0,0013	0,0004	0,0001
	1		0,9928	0,8646	0,6213	0,2336	0,1267	0,0637	0,0385	0,0296	0,0126	0,0049	0,0017
	2		0,9997	0,9755	0,8661	0,5017	0,3326	0,2025	0,1387	0,1132	0,0579	0,0269	0,0112
	3		1,0000	0,9969	0,9658	0,7473	0,5843	0,4206	0,3224	0,2783	0,1686	0,0929	0,0461
	4		1,0000	0,9997	0,9935	0,9009	0,7940	0,6543	0,5520	0,5005	0,3530	0,2279	0,1334
	5		1,0000	1,0000	0,9991	0,9700	0,9198	0,8346	0,7587	0,7159	0,5744	0,4268	0,2905
	6		1,0000	1,0000	0,9999	0,9930	0,9757	0,9376	0,8965	0,8705	0,7712	0,6437	0,5000
	7		1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9944	0,9818	0,9653	0,9538	0,9023	0,8212	0,7095
	8		1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9990	0,9960	0,9912	0,9874	0,9679	0,9302	0,8666
	9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9984	0,9975	0,9922	0,9797	0,9539
	10		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9987	0,9959	0,9888
	11		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9983
	12		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
	13		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000