



PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



CONVOCATÒRIA: EXTRAORDINÀRIA 2026	CONVOCATORIA: EXTRAORDINARIA 2026
ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una de ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responde **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Alberto, Braulio y Carlos son amigos y viven en un pequeño pueblo, en tres casas distintas que podemos suponer situadas en línea recta alineadas con el Ayuntamiento del pueblo. Si tomamos como punto 0 este Ayuntamiento y A, B, C las posiciones en la recta de cada una de las casas de los amigos al Ayuntamiento sabemos que dichas posiciones suman 3000 y que $A < 0 < B < C$. Además, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos. Finalmente, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio. Determina las posiciones A, B y C de las casas. Recuerda que la distancia entre dos posiciones A y B con $A < B$ es $B - A$.



(Planteamiento correcto 1,5 puntos --- Resolución correcta 2 puntos)

Problema 1. B. Una empresa de joyería tiene dos máquinas, A y B, con las que puede hacer anillos, pulseras y collares. La empresa tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 2 anillos, 8 pulseras y 4 collares, mientras que la máquina B realiza 9 anillos, 4 pulseras y 10 collares. Durante la próxima semana la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares. El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es 250 euros y el de la máquina B es 600 euros.

- ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para que el coste total de producción sea mínimo? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho coste mínimo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responde **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. Tras un vertido químico accidental en un estanque, la concentración en partes por millón (ppm) de tóxico evoluciona durante las primeras 15 horas según la siguiente función, donde t representa el tiempo en horas:

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + a & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} & \text{si } 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

- a) Halla el valor de a sabiendo que $C(t)$ es una función continua en el intervalo $[0,15]$. (0,5 puntos)
- b) Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas. (1 punto)
- c) Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6,15]$. (0,5 puntos)
- d) Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada. (1,5 puntos)

Problema 2. B. El valor de los activos de una empresa, en millones de euros, a los x años de su creación, viene dado por la función $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}$ para $x \in [0,5]$. Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros y al cabo de un año valían un millón de euros menos. Determina:

- a) Los coeficientes A y B de la función. (0,25 puntos)
- b) El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. (0,5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1,5 puntos)
- d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos. (0,5 puntos)
- e) El área entre la función $g(x) = (x+1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. (0,75 puntos)

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado.

Problema 3. El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)
- b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso. (0,75 puntos)
- c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)
- d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)

TAULA DE LA DISTRIBUCIÓ BINOMIAL

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

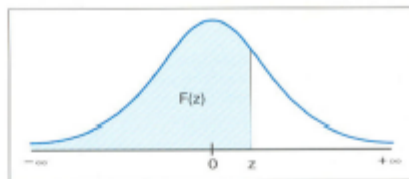
		p												
n	x	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2863	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1875	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
5	0	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	1	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1666	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
7	0	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	1	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
8	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
9	0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0028	0,0057	0,0072	0,0080	0,0144	0,0235	0,0321	0,03125
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
10	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
11	0	0,0001	0,0004	0,0016	0,0061	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
12	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
13	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
14	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
15	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
16	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
17	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
18	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
19	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
20	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
21	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
22	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
23	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
24	0	0,9048	0,6105	0,3593	0,2161	0,1200	0,0651	0,0354	0,0207	0,0146	0,0071	0,0035	0,0018	0,0016
	1	0,0952	0,3895	0,4407	0,3839	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
25	0	0,0001	0,0007	0,0046	0,0169	0,0416	0,0823	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001									

Taula de distribució Normal

Tabla de distribución Normal

$N(0,1)$

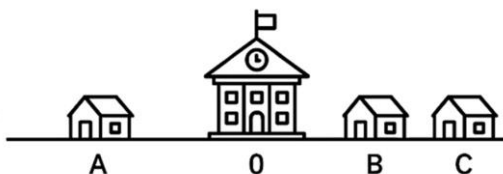
$F(z) = P(Z \leq z)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Soluciones

Problema 1. A. Alberto, Braulio y Carlos son amigos y viven en un pequeño pueblo, en tres casas distintas que podemos suponer situadas en línea recta alineadas con el Ayuntamiento del pueblo. Si tomamos como punto 0 este Ayuntamiento y A, B, C las posiciones en la recta de cada una de las casas de los amigos al Ayuntamiento sabemos que dichas posiciones suman 3000 y que $A < 0 < B < C$. Además, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos. Finalmente, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio. Determina las posiciones A, B y C de las casas. Recuerda que la distancia entre dos posiciones A y B con $A < B$ es $B - A$.



(Planteamiento correcto 1,5 puntos --- Resolución correcta 2 puntos)

Llamamos A, B y C a la distancia de la casa de Alberto, Braulio y Carlos al ayuntamiento.

“Dichas posiciones suman 3000” $\rightarrow A + B + C = 3000$.

“La distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos” $\rightarrow B - A = 2C$.

“La distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio” $\rightarrow C - A = 3B$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} A + B + C = 3000 \\ B - A = 2C \\ C - A = 3B \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A + B + C = 3000 \\ B = A + 2C \\ C - A = 3B \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A + A + 2C + C = 3000 \\ C - A = 3(A + 2C) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2A + 3C = 3000 \\ C - A = 3A + 6C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2A = 3000 - 3C \\ 0 = 4A + 5C \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4A = 6000 - 6C \\ 0 = 4A + 5C \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6000 - 6C + 5C = 0 \Rightarrow 6000 - C = 0 \Rightarrow \boxed{C = 6000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2A = 3000 - 3 \cdot 6000 \Rightarrow 2A = -15000 \Rightarrow \boxed{A = \frac{-15000}{2} = -7500} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B = -7500 + 2 \cdot 6000 = 4500}$$

La solución es $A = -7500$, $B = 4500$ y $C = 6000$.

Problema 1. B. Una empresa de joyería tiene dos máquinas, A y B, con las que puede hacer anillos, pulseras y collares. La empresa tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 2 anillos, 8 pulseras y 4 collares, mientras que la máquina B realiza 9 anillos, 4 pulseras y 10 collares. Durante la próxima semana la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares. El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es 250 euros y el de la máquina B es 600 euros.

- a) ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para que el coste total de producción sea mínimo? (3 puntos)
 b) ¿Cuál es dicho coste mínimo? (0,5 puntos)

a) Llamamos x = horas de trabajo de la máquina A e y = horas de trabajo de la máquina B. Hacemos una tabla con los datos del problema.

	Anillos	Pulseras	Collares	Coste
Horas de máquina A (x)	$2x$	$8x$	$4x$	$250x$
Horas de máquina B (y)	$9y$	$4y$	$10y$	$600y$
TOTALES	$2x+9y$	$8x+4y$	$4x+10y$	$250x+600y$

La función objetivo que deseamos minimizar es el coste $C(x, y) = 250x + 600y$.

Las restricciones son:

“La empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares” $\rightarrow$
 $2x + 9y \geq 80$; $8x + 4y \geq 96$; $4x + 10y \geq 120$.

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0$; $y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 9y \geq 80 \\ 8x + 4y \geq 96 \\ 4x + 10y \geq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 9y \geq 80 \\ 2x + y \geq 24 \\ 2x + 5y \geq 60 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$2x + 9y = 80$	$2x + y = 24$	$2x + 5y = 60$	$x \geq 0; y \geq 0$
$x \mid y = \frac{80 - 2x}{9}$	$x \mid y = 24 - 2x$	$x \mid y = \frac{60 - 2x}{5}$	Primer cuadrante
0 $\mid$ $80/9$	0 $\mid$ 24	0 $\mid$ 12	
4 $\mid$ 8	2 $\mid$ 4	10 $\mid$ 8	
13 $\mid$ 6	12 $\mid$ 0	30 $\mid$ 0	
40 $\mid$ 0			



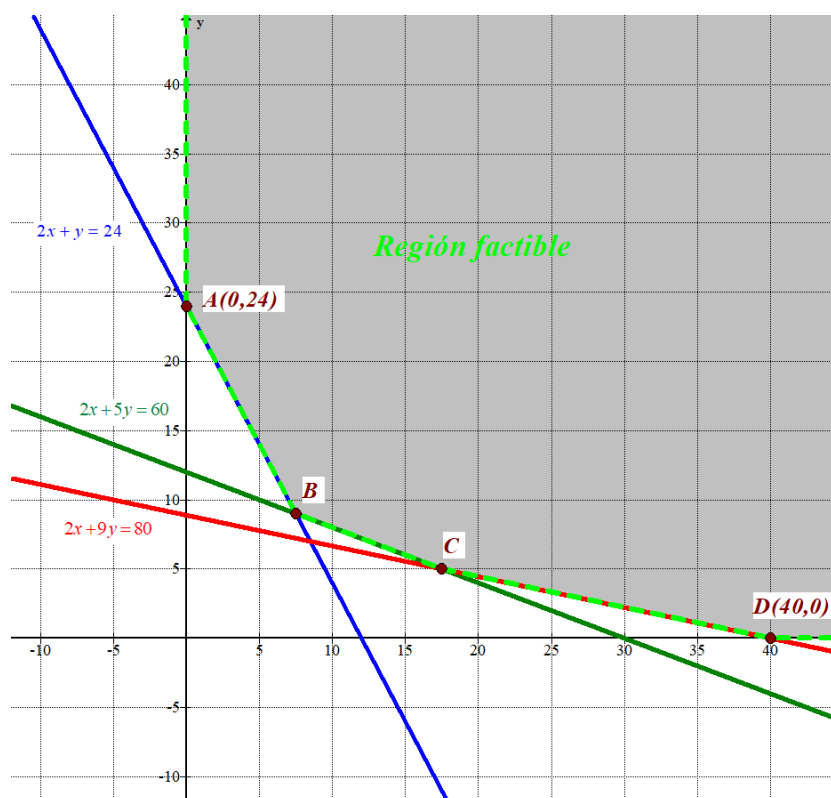
Como las restricciones del problema son

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 9y \geq 80 \\ 2x + y \geq 24 \\ 2x + 5y \geq 60 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del}$$

primer cuadrante que está por encima de las rectas azul, roja y verde. Comprobamos que el punto $P(20, 20)$ perteneciente a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 20 + 9 \cdot 20 \geq 80 \\ 2 \cdot 20 + 20 \geq 24 \\ 2 \cdot 20 + 5 \cdot 20 \geq 60 \\ 20 \geq 0; 20 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40 + 180 \geq 80 \\ 40 + 20 \geq 24 \\ 40 + 100 \geq 60 \\ 20 \geq 0; 20 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices B y C.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ 2x + y = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ y = 24 - 2x \end{cases} \Rightarrow 2x + 5(24 - 2x) = 60 \Rightarrow 2x + 120 - 10x = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8x = -60 \Rightarrow x = \frac{60}{8} = 7.5 \Rightarrow y = 24 - 2 \cdot 7.5 = 9 \Rightarrow \boxed{B(7.5, 9)}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 60 \\ 2x + 9y = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 60 - 5y \\ 2x + 9y = 80 \end{cases} \Rightarrow 60 - 5y + 9y = 80 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 5 \Rightarrow 2x = 60 - 5 \cdot 5 = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{2} = 17.5 \Rightarrow \boxed{C(17.5, 5)}$$

Los vértices son A(0, 24); B(7.5, 9), C(17.5, 5) y D(40, 0).

Valoramos la función coste $C(x, y) = 250x + 600y$ en cada vértice en busca del valor mínimo.

$$A(0, 24) \rightarrow C(0, 24) = 250 \cdot 0 + 600 \cdot 24 = 14400$$

$$B(7.5, 9) \rightarrow C(7.5, 9) = 250 \cdot 7.5 + 600 \cdot 9 = 7275 \text{ Mínimo}$$

$$C(17.5, 5) \rightarrow C(17.5, 5) = 250 \cdot 17.5 + 600 \cdot 5 = 7375$$

$$D(40, 0) \rightarrow C(40, 0) = 250 \cdot 40 + 600 \cdot 0 = 10000$$

El valor mínimo de la función coste se obtiene en el vértice B(7.5, 9). La máquina A debe trabajar 7.5 horas y 9 horas la máquina B para conseguir fabricar el pedido con el mínimo coste.

b) El mínimo coste es de 7275 €.

Problema 2. A. Tras un vertido químico accidental en un estanque, la concentración en partes por millón (ppm) de tóxico evoluciona durante las primeras 15 horas según la siguiente función, donde t representa el tiempo en horas:

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + a & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} & \text{si } 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

- Halla el valor de a sabiendo que $C(t)$ es una función continua en el intervalo $[0,15]$. (0,5 puntos)
- Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas. (1 punto)
- Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6,15]$. (0,5 puntos)
- Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada. (1,5 puntos)

a) La función debe ser continua en $t = 6$.

$$\left. \begin{aligned} C(6) &= -6^2 + 8 \cdot 6 + a = 12 + a \\ \lim_{t \rightarrow 6^-} C(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^-} -t^2 + 8t + a = 12 + a \\ \lim_{t \rightarrow 6^+} C(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^+} \frac{12t + 89}{t + 1} = \frac{12 \cdot 6 + 89}{6 + 1} = 23 \\ \lim_{t \rightarrow 6^-} C(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^+} C(t) = C(6) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + 12 = 23 \Rightarrow \boxed{a = 11}$$

El valor buscado es $a = 11$.

b) En el intervalo de tiempo $[0,6]$ la función tiene la expresión $C(t) = -t^2 + 8t + 11$ y su derivada es $C'(t) = -2t + 8$. La derivada se anula para $t = 4$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

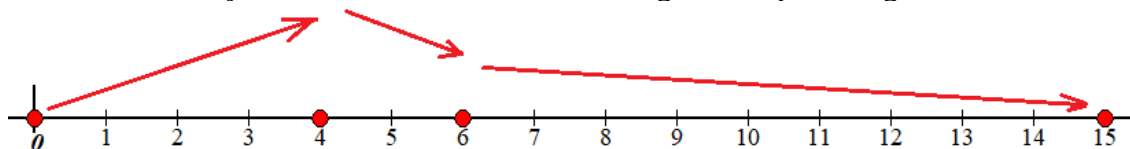
- En $[0,4)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $C'(1) = -2 + 8 = 6 > 0$. La función crece en $[0,4)$.
- En $(4,6]$ tomamos $t = 5$ y la derivada vale $C'(5) = -2 \cdot 5 + 8 = -2 < 0$. La función decrece en $(4,6]$.

La función presenta un máximo relativo en $t = 4$. Este es un máximo absoluto en el intervalo $[0,6]$.

Obtenemos la derivada de la función en el intervalo $(6, 15]$.

$$C(t) = \frac{12t + 89}{t + 1} \Rightarrow C'(t) = \frac{12(t + 1) - 1 \cdot (12t + 89)}{(t + 1)^2} = \frac{12t + 12 - 12t - 89}{(t + 1)^2} = \frac{-77}{(t + 1)^2}$$

La derivada es negativa en el intervalo $(6, 15]$, por lo que la función decrece en este intervalo. Como la función es continua podemos decir que en $t = 4$ la función tiene un máximo absoluto, pues crece de 0 a 4 y decrece de 4 a 15. La función sigue el esquema siguiente.



- c) En el apartado anterior hemos visto que la derivada de la función en el tramo $[6,15]$ tiene una expresión que siempre es negativa $C'(t) = \frac{-77}{(t+1)^2}$, pues el numerador es negativo y el denominador positivo. La función decrece en $(6, 15]$. La concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $(6,15]$
- d) La función tiene un máximo absoluto en $t = 4$. Averiguamos cuando la función toma el valor 20.

$$C(t) = 20 \Rightarrow \begin{cases} -t^2 + 8t + 11 = 20 \rightarrow t^2 - 8t + 9 = 0 \rightarrow t = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \\ = \begin{cases} 4 + \sqrt{7} \approx 6.65 \notin [0, 6] \\ 4 - \sqrt{7} \approx 1.35 \in [0, 6] \end{cases} \\ \frac{12t + 89}{t + 1} = 20 \rightarrow 12t + 89 = 20t + 20 \rightarrow 69 = 8t \rightarrow t = \frac{69}{8} = 8.625 \end{cases}$$

La concentración empieza valiendo $C(0) = -0^2 + 8 \cdot 0 + 11 = 11$, luego crece hasta que en $t = 4 - \sqrt{7}$ alcanza una concentración de 20, sigue creciendo hasta $t = 4$ donde alcanza un valor máximo de $C(4) = -4^2 + 8 \cdot 4 + 11 = 27$, a partir de ahí hasta $t = 8.625$ decrece la concentración y vuelve a ser 20, de ahí hasta $t = 15$ la concentración sigue bajando. La zona de alerta es el intervalo $[4 - \sqrt{7}, 8.625]$



Problema 2. B. El valor de los activos de una empresa, en millones de euros, a los x años de su creación, viene dado por la función $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}$ para $x \in [0,5]$. Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros y al cabo de un año valían un millón de euros menos. Determina:

- Los coeficientes A y B de la función. (0,25 puntos)
- El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. (0,5 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1,5 puntos)
- El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos. (0,5 puntos)
- El área entre la función $g(x) = (x+1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. (0,75 puntos)

a) En el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros $\rightarrow f(0) = 4$.

Al cabo de un año valían un millón de euros menos $\rightarrow f(1) = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = Ax + \frac{B}{x+1} \\ f(0) = 4 \\ f(1) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 = A \cdot 0 + \frac{B}{0+1} \\ 3 = A \cdot 1 + \frac{B}{1+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \boxed{4=B} \\ 3 = A + \frac{B}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 = A + \frac{4}{2} \Rightarrow 3 = A + 2 \Rightarrow \boxed{A=1}$$

Los coeficientes son $A = 1$ y $B = 4$.

b) La función queda $f(x) = x + \frac{4}{x+1}$. Averiguamos cuando la función vale 4.

$$f(x) = 4 \Rightarrow x + \frac{4}{x+1} = 4 \Rightarrow x(x+1) + 4 = 4(x+1) \Rightarrow x^2 + x + 4 = 4x + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ \boxed{x=3} \end{cases}$$

Derivamos esta función y averiguamos cuando se anula (puntos críticos).

$$f(x) = x + \frac{4}{x+1} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{-4}{(x+1)^2} = 1 - \frac{4}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{(x+1)^2} = 1 \Rightarrow 4 = (x+1)^2 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \rightarrow x = -3 \\ x+1 = 2 \rightarrow \boxed{x=1} \end{cases}$$

Solo consideramos el valor positivo de la solución. La función solo presenta un punto crítico en $x=1$.

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x=1$.

- En el intervalo $[0,1)$ tomamos $x=0.5$ y la derivada vale

$$f'(0.5) = 1 - \frac{4}{(0.5+1)^2} = \frac{-7}{9} < 0. \text{ La función decrece en } [0,1).$$

- En el intervalo $(1,5]$ tomamos $x=2$ y la derivada vale $f'(2) = 1 - \frac{4}{(2+1)^2} = \frac{5}{9} > 0$.

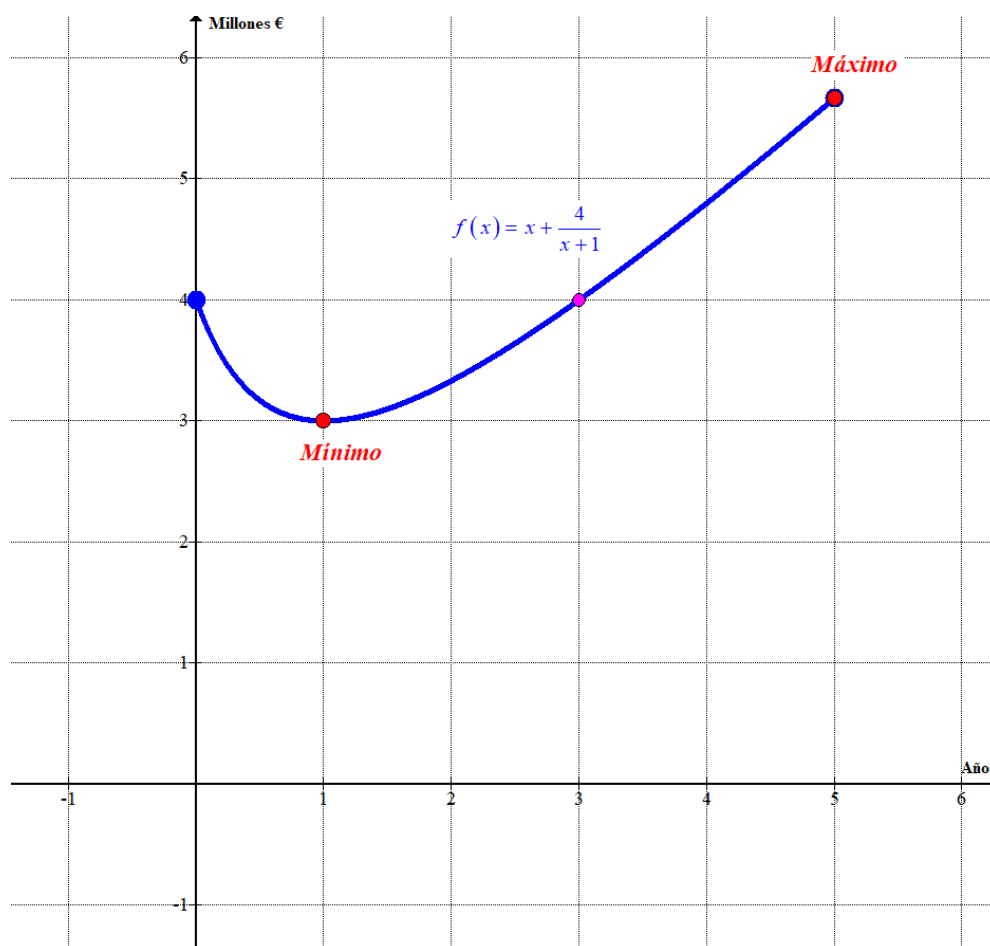
La función crece en $(1,5]$.

La función es continua. Comienza bajando de 4 a 3 millones y en $x=1$ vuelve a subir hasta que a los 3 años vuelve a valer 4, después sigue creciendo superando este valor hasta que en el año 5 vale $f(5) = 5 + \frac{4}{5+1} = \frac{17}{3} \approx 5.666666$ millones.

El valor de los activos es superior a 4 millones del año 3 en adelante.

c) Hemos visto en el apartado anterior que la función decrece en $[0,1)$ y crece en $(1,5]$.

d) El valor fue máximo el año 5 con un valor de $f(5) = \frac{17}{3} \approx 5.666666$ millones. El valor fue mínimo el año 1 con 3 millones.



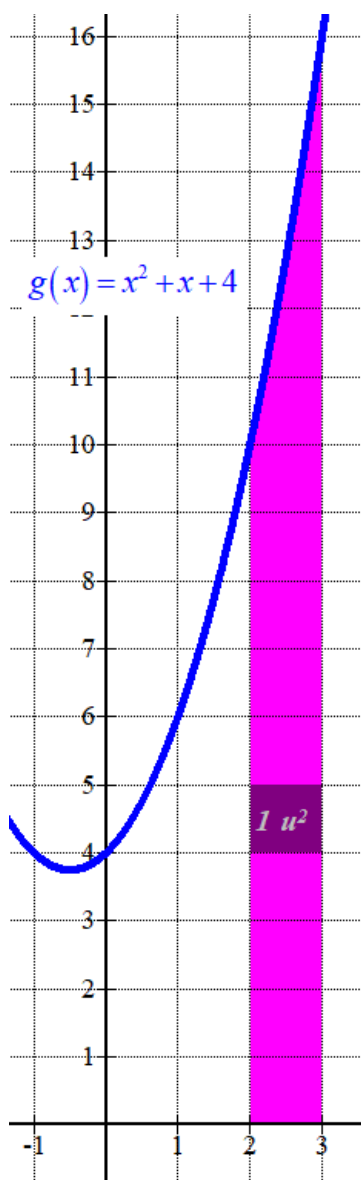
e) Hallamos los puntos de corte de $g(x) = (x+1)f(x) = (x+1)\left(x + \frac{4}{x+1}\right) = x^2 + x + 4$ con el eje OX.

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = x^2 + x + 4 \\ \text{Eje OX} \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-15}}{2} = \text{No existe}$$

La función $g(x)$ no corta el eje de abscisas. El área entre la función $g(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$ lo obtenemos como el valor absoluto de la integral definida de 2 a 3 de la función $g(x)$.

$$\int_2^3 x^2 + x + 4 dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x \right]_2^3 = \left[\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 \right] - \left[\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 4 \cdot 2 \right] =$$

$$= 9 + \frac{9}{2} + 12 - \frac{8}{3} - 2 - 8 = \boxed{\frac{77}{6} \simeq 12.83 \text{ u}^2}$$



Problema 3. El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)
- b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso. (0,75 puntos)
- c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)
- d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)

Llamamos T a “ser youtubers talentoso” y V a “el video se hace viral”. Sabemos que:

$$P(T) = 0.3, P(\bar{T}) = 0.7, P(V/T) = 0.5, P(V/\bar{T}) = 0.05$$

- a) Debemos calcular $P(V)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(V) = P(T)P(V/T) + P(\bar{T})P(V/\bar{T}) = 0.3 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.05 = \boxed{0.185}$$

- b) Debemos calcular $P(T/V)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(T/V) = \frac{P(V \cap T)}{P(V)} = \frac{P(T)P(V/T)}{P(V)} = \frac{0.3 \cdot 0.5}{0.185} = \boxed{\frac{30}{37} \approx 0.8108}$$

- c) Usamos el suceso contrario a “en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales” que es “en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 1 o 0 vídeos que se hagan virales”.

La probabilidad de que no haya ningún video viral vale:

$$P(\bar{V}_1/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_2/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_3/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_4/\bar{T}) = (1 - 0.05)^4$$

La probabilidad de que haya 1 video viral vale:

$$\begin{aligned} &P(V_1/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_2/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_3/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_4/\bar{T}) + \\ &P(\bar{V}_1/\bar{T}) \cdot P(V_2/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_3/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_4/\bar{T}) + \\ &P(\bar{V}_1/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_2/\bar{T}) \cdot P(V_3/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_4/\bar{T}) + \\ &P(\bar{V}_1/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_2/\bar{T}) \cdot P(\bar{V}_3/\bar{T}) \cdot P(V_4/\bar{T}) = 4 \cdot 0.05 \cdot (1 - 0.05)^3 \end{aligned}$$

La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales vale $1 - [(1 - 0.05)^4 + 4 \cdot 0.05 \cdot (1 - 0.05)^3] = 0.014$

- d) Consideramos X la variable aleatoria que nos da el número de videos virales de un creador talentoso en sus próximos 100 videos. Esta variable es una binomial donde n = número de repeticiones = 100 y p = probabilidad de que un video de un creador talentoso se haga viral = 0.5. $X = B(100, 0.5)$. Como el número de repeticiones es muy grande aproximamos esta variable a una normal Y de media $\mu = np = 100 \cdot 0.5 = 50$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5} = 5$. $Y = N(50, 5)$.

Esta aproximación es buena pues $np = 50 > 5$ y $nq = 50 > 5$.

Debemos calcular $P(X \geq 40)$.

$$P(X \geq 40) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \geq 39.5) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{Y - 50}{5} \end{array} \right\} =$$

$$= P\left(Z \geq \frac{39.5 - 50}{5}\right) = P(Z \geq -2.1) = P(Z \leq 2.1) = \boxed{0.9826}$$

z	0,00	0,01
0,0	0,5000	0,5040
0,1	0,5398	0,5438
0,2	0,5793	0,5832
0,3	0,6179	0,6217
0,4	0,6554	0,6591
0,5	0,6915	0,6950
0,6	0,7257	0,7291
0,7	0,7580	0,7611
0,8	0,7881	0,7910
0,9	0,8159	0,8186
1,0	0,8413	0,8438
1,1	0,8643	0,8665
1,2	0,8849	0,8869
1,3	0,9032	0,9049
1,4	0,9192	0,9207
1,5	0,9332	0,9345
1,6	0,9452	0,9463
1,7	0,9554	0,9564
1,8	0,9641	0,9649
1,9	0,9713	0,9719
2,0	0,9772	0,9778
2,1	0,9821	0,9826