



**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y
PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2025-2026**

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Se deben resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- e) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- g) Se proporciona la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

PARTE OBLIGATORIA Resuelve los dos ejercicios siguientes:

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

La producción de gas en una refinería, medida en metros cúbicos, viene dada por la función $f(t) = 7 + e^{-(t-4)^2}$, donde t representa el tiempo medido en segundos.

- a) **[2 puntos]** Razona que la producción de gas varía siempre entre 7 y 8 metros cúbicos. ¿Se producen 7 metros cúbicos de gas en algún momento concreto?
- b) **[0,5 puntos]** Justifica que la producción de gas se estabiliza con el paso del tiempo.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera los puntos $P(4, -2, 3)$ y $Q(6, 2, 1)$.

- a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano respecto del cual los puntos P y Q son simétricos.
- b) **[1,5 puntos]** Determina el ángulo formado por el plano $2x + y + z - 5 = 0$ y la recta que une P y Q.

PARTE OPTATIVA

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2|x^2 - 1| & \text{si } x \leq \frac{1}{2} \\ ax^2 + bx & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Es derivable en $x = \frac{1}{2}$. Determina a y b .

- a) [1,75 puntos] Discútelo según los valores de a .
 b) [0,75 puntos] Para $a = 0$ resuelve el sistema, si es posible.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera la función $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$.

- a) [1,5 puntos] Calcula $\int_0^2 f(x) dx$.
 b) [1 punto] Estudia la simetría de la función f y deduce de ella el valor de $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $C = (1 \ 4 \ 2)$ calcula la matriz X que satisface $X - 2C = B^t + XA$.

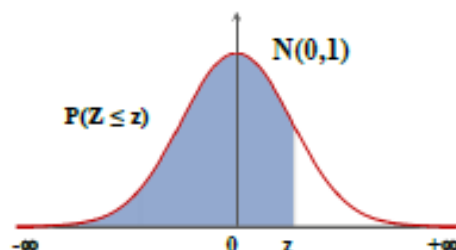
EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

Los 120 estudiantes de segundo de Bachillerato de un centro se distribuyen por clases como se indica en la tabla:

	Cursan inglés	Cursan francés	Número de estudiantes
Clase A	30	10	40
Clase B	15	20	35
Clase C	20	5	25
Clase D	20	0	20

Se elige un estudiante al azar y se pide:

- a) [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido esté en la clase A o haya cursado francés?
 b) [1,25 puntos] Si el estudiante elegido cursaba inglés, ¿cuál es la probabilidad de que esté en la clase C?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0,1)$ 

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984
2,9	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994
3,0	0,9995	0,9996	0,9997	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,1	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,2	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,3	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,4	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,5	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

La producción de gas en una refinería, medida en metros cúbicos, viene dada por la función $f(t) = 7 + e^{-(t-4)^2}$, donde t representa el tiempo medido en segundos.

- a) [2 puntos] Razona que la producción de gas varía siempre entre 7 y 8 metros cúbicos. ¿Se producen 7 metros cúbicos de gas en algún momento concreto?
- b) [0,5 puntos] Justifica que la producción de gas se estabiliza con el paso del tiempo.

a) Obtenemos la derivada de la función y averiguamos cuando se anula.

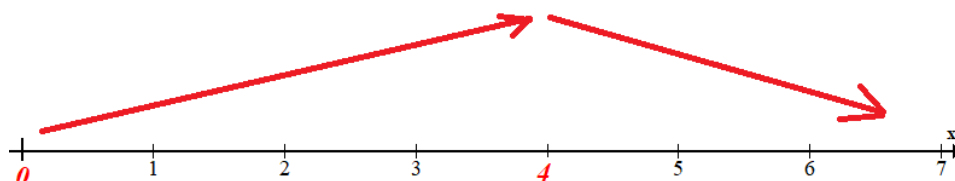
$$f(t) = 7 + e^{-(t-4)^2} \Rightarrow f'(t) = -2(t-4)e^{-(t-4)^2} = \frac{-2(t-4)}{e^{(t-4)^2}}$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow \frac{-2(t-4)}{e^{(t-4)^2}} = 0 \Rightarrow -2(t-4) = 0 \Rightarrow \boxed{t=4}$$

La función tiene un punto crítico en $t = 4$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor. Consideramos que el tiempo t debe ser mayor o igual que cero.

- En el intervalo $[0, 4)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $f'(1) = \frac{-2(1-4)}{e^{(1-4)^2}} = \frac{6}{e^9} > 0$. La función crece en $[0, 4)$.
- En el intervalo $(4, +\infty)$ tomamos $x = 5$ y la derivada vale $f'(5) = \frac{-2(5-4)}{e^{(5-4)^2}} = \frac{-2}{e} < 0$. La función decrece en $(4, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un máximo relativo y absoluto en $t = 4$. A los 4 segundos la producción alcanza un valor máximo de $f(4) = 7 + e^{-(4-4)^2} = 7 + e^0 = 7 + 1 = 8$ metros cúbicos.

La producción mínima se consigue en los extremos del intervalo $[0, +\infty)$.

Calculamos el valor de la función en $t = 0$: $f(0) = 7 + e^{-(0-4)^2} = 7 + e^{-16} = 7.000000113$.

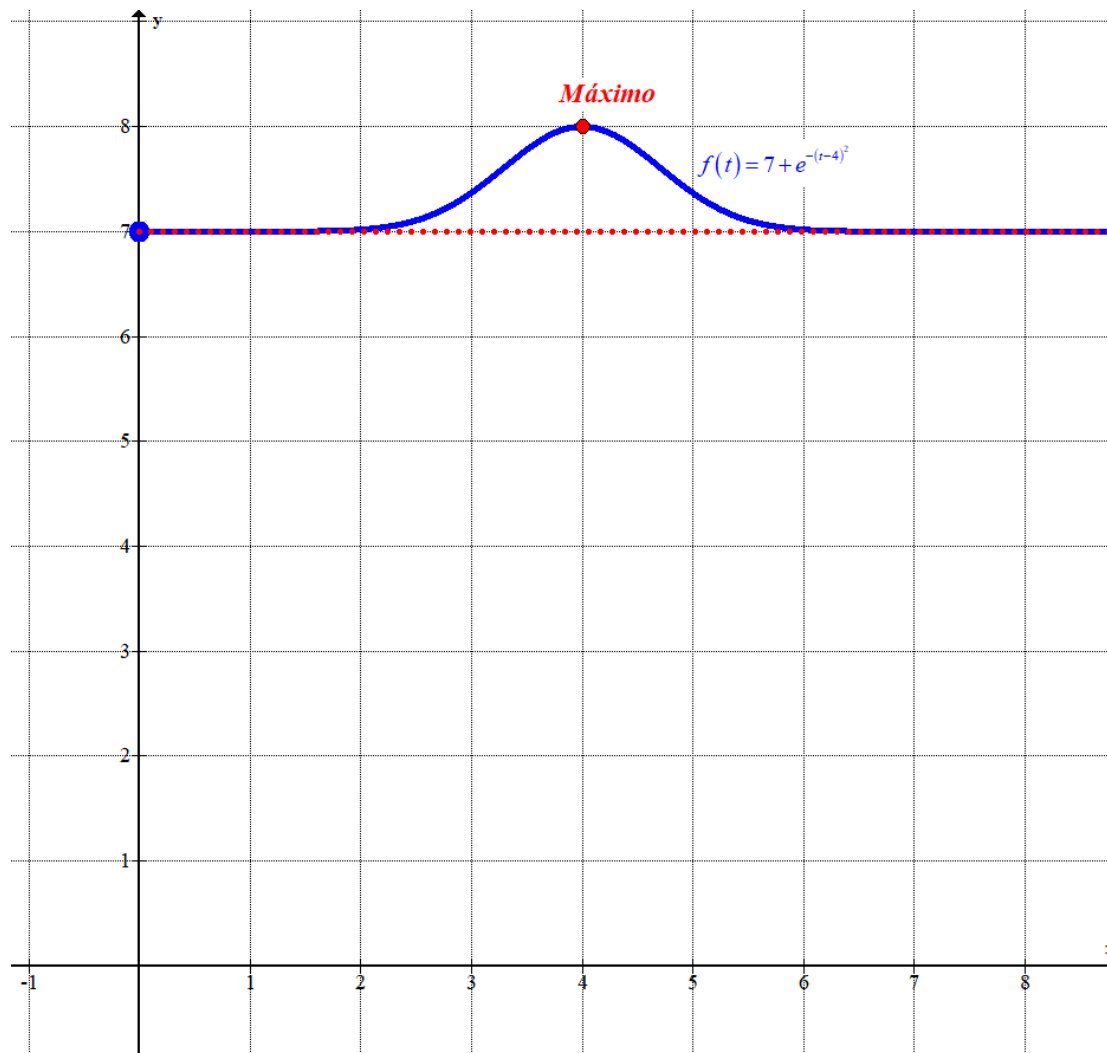
Calculamos el límite de la función cuando t tiende a $+\infty$.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} 7 + e^{-(t-4)^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} 7 + \frac{1}{e^{(t-4)^2}} = 7 + \frac{1}{e^{+\infty}} = 7 + \frac{1}{\infty} = \boxed{7}$$

La función no toma valores por debajo de 7 ni por encima de 8.

La función no llega a ser nunca de 7 metros cúbicos. Toma un valor muy cercano al inicio y cuando ha pasado mucho tiempo.

- b) Hemos visto en el apartado anterior que $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 7$. La producción se estabiliza en 7 metros cúbicos con el paso del tiempo.



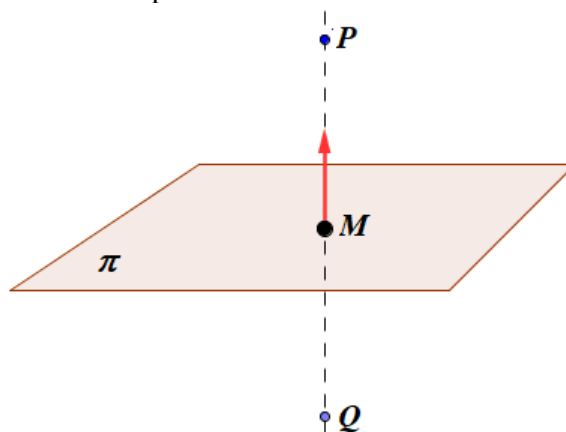
Aunque parezca en la gráfica que la función alcanza el valor 7 realmente nunca llega a pasar. La función siempre es ligeramente superior a 7.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera los puntos $P(4, -2, 3)$ y $Q(6, 2, 1)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano respecto del cual los puntos P y Q son simétricos.
 b) [1,5 puntos] Determina el ángulo formado por el plano $2x + y + z - 5 = 0$ y la recta que une P y Q.

a) Hacemos un dibujo de la situación planteada.



Si los puntos P y Q son simétricos entonces el punto medio M del segmento PQ pertenece al plano. Además, el vector $\overrightarrow{PQ}$ es un vector normal del plano.

Hallamos la ecuación del plano.

$$\left. \begin{array}{l} P(4, -2, 3) \\ Q(6, 2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow M = \frac{(4, -2, 3) + (6, 2, 1)}{2} = (5, 0, 2)$$

$$\left. \begin{array}{l} P(4, -2, 3) \\ Q(6, 2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (6, 2, 1) - (4, -2, 3) = (2, 4, -2)$$

$$\left. \begin{array}{l} M = (5, 0, 2) \in \pi \\ \vec{n} = \frac{1}{2} \overrightarrow{PQ} = (1, 2, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} M = (5, 0, 2) \in \pi \\ \pi : x + 2y - z + D = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 + 2 \cdot 0 - 2 + D = 0 \Rightarrow$$

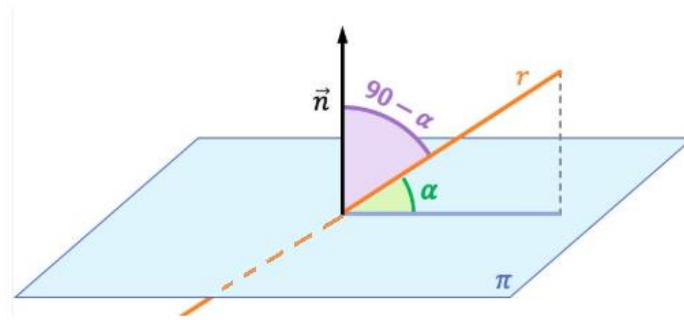
$$\Rightarrow 3 + D = 0 \Rightarrow D = -3 \Rightarrow \boxed{\pi : x + 2y - z - 3 = 0}$$

La ecuación del plano respecto del cual los puntos P y Q son simétricos es $\pi : x + 2y - z - 3 = 0$.

- b) Hallamos el ángulo formado por el vector director de la recta que une P y Q: $\overrightarrow{PQ}$ y el vector normal del plano $2x + y + z - 5 = 0$, que es $\vec{n} = (2, 1, 1)$.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n} = (2, 1, 1) \\ \overrightarrow{PQ} = (2, 4, -2) \end{array} \right\} \Rightarrow \cos(\vec{n}, \overrightarrow{PQ}) = \frac{\vec{n} \cdot \overrightarrow{PQ}}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|} = \frac{(2, 1, 1) \cdot (2, 4, -2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \sqrt{2^2 + 4^2 + (-2)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos(\vec{n}, \overrightarrow{PQ}) = \frac{4+4-2}{\sqrt{6}\sqrt{24}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{n}, \overrightarrow{PQ}) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$



El ángulo formado por el plano $2x + y + z - 5 = 0$ y la recta que une P y Q es de $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2|x^2 - 1| & \text{si } x \leq \frac{1}{2} \\ ax^2 + bx & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Es derivable en $x = \frac{1}{2}$. Determina a y b .

Para que la función sea derivable en $x = \frac{1}{2}$ primero debe ser continua y para ello deben coincidir los límites laterales con el valor de la función en $x = \frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= 2\left|\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1\right| = \frac{3}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1/2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1/2^-} 2|x^2 - 1| = \frac{3}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1/2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1/2^+} ax^2 + bx = a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\frac{1}{2} = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} = \frac{a+2b}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 1/2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1/2^+} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+2b}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a+2b = 6 \Rightarrow \boxed{a = 6 - 2b}$$

La función queda $f(x) = \begin{cases} 2|x^2 - 1| & \text{si } x \leq \frac{1}{2} \\ (6 - 2b)x^2 + bx & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$.

Expresamos la función sin valor absoluto.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$$

$$\left. \begin{aligned} x \in (-\infty, -1) &\Rightarrow x^2 - 1 > 0 \\ x \in \left(-1, \frac{1}{2}\right) &\Rightarrow x^2 - 1 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2(x^2 - 1) & \text{si } x \leq -1 \\ -2(x^2 - 1) & \text{si } -1 < x \leq \frac{1}{2} \\ (6 - 2b)x^2 + bx & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

La función es derivable en $\mathbb{R} - \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$, siendo su derivada:

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x \leq -1 \\ -4x & \text{si } -1 < x \leq \frac{1}{2} \\ 2(6-2b)x + b & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Para que la función sea derivable en $x = \frac{1}{2}$ deben coincidir las derivadas laterales.

$$\left. \begin{aligned} f'\left(\frac{1}{2}^-\right) &= \lim_{x \rightarrow 1/2^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1/2^-} -4x = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2 \\ f'\left(\frac{1}{2}^+\right) &= \lim_{x \rightarrow 1/2^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1/2^+} 2(6-2b)x + b = 2(6-2b) \cdot \frac{1}{2} + b = 6-2b+b = 6-b \\ f'\left(\frac{1}{2}^-\right) &= f'\left(\frac{1}{2}^+\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6-b = -2 \Rightarrow 6+2 = b \Rightarrow \boxed{b=8} \Rightarrow \boxed{a = 6-2 \cdot 8 = -10}$$

Para $a = -10$ y $b = 8$ la función es derivable en $x = \frac{1}{2}$.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera la función $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$.

a) [1,5 puntos] Calcula $\int_0^2 f(x) dx$.

b) [1 punto] Estudia la simetría de la función f y deduce de ella el valor de $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

a) En el intervalo $(0, 2)$ tenemos que $x > 0 \rightarrow |x| = x$ y la función queda $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^2 \frac{x}{x+1} dx = \int_0^2 \frac{x+1-1}{x+1} dx = \int_0^2 \frac{x+1}{x+1} - \frac{1}{x+1} dx = \\ &= \int_0^2 1 - \frac{1}{x+1} dx = \left[x - \ln(x+1) \right]_0^2 = [2 - \ln(2+1)] - [0 - \ln(0+1)] = \boxed{2 - \ln 3} \end{aligned}$$

b) Estudiamos la simetría de la función.

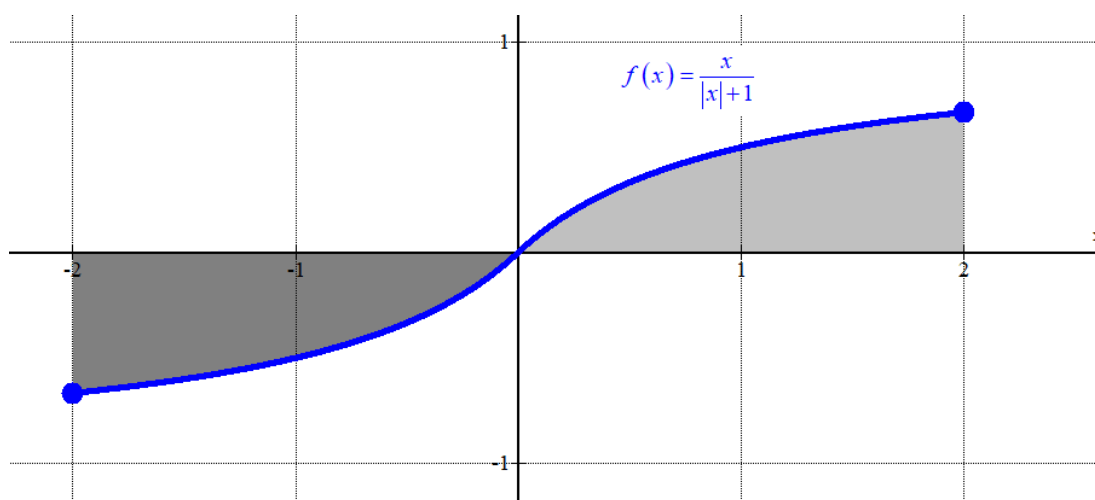
$$f(-x) = \frac{-x}{|-x|+1} = \frac{-x}{|x|+1} = -f(x)$$

La función es impar. Se cumple que $f(-1) = -f(1)$. La función es negativa para $x < 0$ y positiva para $x > 0$.

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = -\int_0^2 f(x) dx = -(2 - \ln 3) = -2 + \ln 3$$

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -2 + \ln 3 + 2 - \ln 3 = \boxed{0}$$

Se cumple que $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$.



EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $C = (1 \ 4 \ 2)$ calcula la matriz X que satisface $X - 2C = B^t + XA$.

Despejamos X de la ecuación matricial.

$$X - 2C = B^t + XA \Rightarrow X - XA = 2C + B^t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X(Id - A) = 2C + B^t \Rightarrow X = (2C + B^t)(Id - A)^{-1}$$

Comprobamos que la matriz $Id - A$ tiene inversa y la calculamos.

$$Id - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|Id - A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

$$(Id - A)^{-1} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hallamos la expresión de la matriz X .

$$2C + B^t = 2(1 \ 4 \ 2) + (-1 \ 2 \ 3) = (1 \ 10 \ 7)$$

$$X = (2C + B^t)(Id - A)^{-1} = (1 \ 10 \ 7) \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-7 \ 1 \ -10) = (-7 \ 1 \ -11)$$

$1 \times \boxed{3 \cdot 3} \times 3 \longrightarrow 1 \times 3$

La matriz solución de la ecuación matricial $X - 2C = B^t + XA$ es $X = (-7 \ 1 \ -11)$.

EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

Los 120 estudiantes de segundo de Bachillerato de un centro se distribuyen por clases como se indica en la tabla:

	Cursan inglés	Cursan francés	Número de estudiantes
Clase A	30	10	40
Clase B	15	20	35
Clase C	20	5	25
Clase D	20	0	20

Se elige un estudiante al azar y se pide:

- a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante elegido esté en la clase A o haya cursado francés?
- b) **[1,25 puntos]** Si el estudiante elegido cursaba inglés, ¿cuál es la probabilidad de que esté en la clase C?

- a) De los 120 alumnos hay 40 en la clase A, en la clase B hay 20 que cursan francés, en la clase C hay 5 que cursan francés y en la clase D no hay ningún alumno que curse francés. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad de que el estudiante elegido esté en la clase

$$\text{A o haya cursado francés vale } \frac{40 + 20 + 5}{120} = \frac{65}{120} = \frac{13}{24} \approx 0.5417.$$

- b) Hay $30 + 15 + 20 + 20 = 85$ alumnos que cursan inglés y de ellos 20 están en la clase C. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad de que el alumno elegido que cursa inglés

$$\text{esté en la clase C vale } \frac{20}{85} = \frac{4}{17} \approx 0.2353.$$