

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 2

Indique la opción escogida:

Ejercicio 4: Opción A ☐ Opción B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas e indíquela en la portada.

En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. La redacción de la respuesta debe realizarse de manera coherente, con corrección y claridad, empleando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar la página en blanco del final del cuaderno para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Una empresa comercializa un accesorio tecnológico. Según varios estudios de mercado, la relación entre el precio de venta p (en euros) y la cantidad demandada semanal $d(p)$ (en unidades) viene dada por la función $d(p) = 500 - 10p - p^2$, $0 < p < 15$.

Se define también el ingreso semanal de la empresa como $I(p) = p \cdot d(p)$.

- 1.1. Determine el precio p que maximiza el ingreso semanal $I(p)$. Para este precio, calcule la cantidad demandada semanal correspondiente y el valor del ingreso máximo.

[1,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

- 1.2. El concepto de la elasticidad de la demanda con respecto al precio mide, como indica su nombre, la sensibilidad de la cantidad demandada ante los cambios relativos en el precio, y se utiliza para analizar cómo responden los consumidores a las variaciones de precios. Para funciones derivables, la elasticidad de la demanda con respecto al precio viene dada por la expresión $E(p) = \frac{p}{d(p)} d'(p)$, en la que $d'(p)$ denota la derivada de la función $d(p)$.

Calcule la expresión de la elasticidad de la demanda respecto al precio $E(p)$ y determine su valor para un precio de 5 € y para un precio de 10 €.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

Ejercicio 2

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

En el Instituto La Closa se ha organizado un viaje a Roma para el alumnado de segundo de bachillerato, pero no todos los alumnos han querido ir. Algunos alumnos han organizado, por su cuenta, un viaje alternativo a Londres, mientras que otros han decidido no viajar a ninguna parte. Se sabe que en segundo de bachillerato hay un total de 84 alumnos y que el número de alumnos que no han ido a ninguna parte es el triple del número de alumnos que han ido a Londres.

- 2.1.** Plantee y estudie el sistema de ecuaciones correspondiente. ¿Se puede determinar el número de alumnos que han ido a cada viaje y el número de alumnos que no han ido a ninguna parte? Justifique la respuesta.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

- 2.2.** Resuelva el sistema anterior en función del número de alumnos que han ido a Londres. Deduzca que el número de alumnos que no han ido a ninguna parte es un múltiplo de 3 y que el número de alumnos que han ido a Roma es un múltiplo de 4.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

- 2.3. Se dispone ahora de una nueva información: si 4 alumnos de los que no han ido a ninguna parte se hubieran apuntado al viaje a Roma, entonces el número de alumnos que habría ido a Roma habría sido el doble del número de alumnos que han ido a Londres y de los que no habrían ido a ninguna parte conjuntamente. ¿Se puede determinar ahora cuántos alumnos han ido a cada viaje y cuántos no han ido a ninguna parte? Justifique la respuesta y, si es posible, encuentre estas cantidades.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 2.3	
----------------------------	--

Ejercicio 3

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

En una assignatura de un màster de dos anys, el 70 % de los estudiantes son de primer curso y el resto son de segundo curso. Según datos de cursos anteriores, la probabilidad de aprobar la asignatura es del 60 % para los estudiantes de primer curso y del 85 % para los de segundo curso.

FÓRMULAS PARA RESOLVER EL EJERCICIO:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ y $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$

- Intervalos de confianza con un nivel de confianza $\gamma \in (0, 1)$

- para la proporción (muestras grandes):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

- para la media (muestras normales con la varianza σ^2 conocida):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- para la media (muestras grandes con la varianza σ^2 desconocida):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- 3.1. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe la asignatura? Si se sabe que un estudiante ha aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que sea de primer curso?

[1,25 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

- 3.2. El profesor quiere estimar la nueva proporción de estudiantes que aprueban la asignatura después de introducir un nuevo método de enseñanza. Para ello, selecciona una muestra aleatoria de $n = 80$ estudiantes y observa que 55 de ellos han aprobado.

Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la proporción p de aprobados con el nuevo método. ¿El intervalo obtenido permite afirmar que el nuevo método ha mejorado la tasa de aprobados respecto de la situación anterior? Razone la respuesta.

[1,25 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

Ejercicio 4

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

Tres amigos —Carme, Saïd y Martí— crearon hace unos años una pequeña asociación dedicada a la divulgación de las matemáticas. En esta asociación, organizan talleres para familias, visitan escuelas e institutos de todo el país, e imparten seminarios en línea.

El curso pasado llevaron a cabo un total de 240 actividades, repartidas en 96 talleres familiares, 84 charlas en escuelas o institutos y 60 seminarios en línea. Los dos primeros tipos de actividades son presenciales, mientras que los seminarios en línea, evidentemente, no lo son.

Escoja UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean. **Indique en la portada del examen la opción elegida.**

OPCIÓN A

- 4.1. Este curso, durante una semana concreta, el formulario de inscripción del web de la asociación recibe 15 inscripciones independientes, cada una de las cuales corresponde a uno de los tres tipos de actividades.

Suponiendo que la distribución de las inscripciones se mantiene como el curso pasado, calcule la probabilidad de que exactamente 10 de las 15 inscripciones sean para actividades presenciales.

Determine el número esperado de inscripciones a actividades presenciales de esa semana.

[1,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. El curso pasado, para llevar a cabo las 240 actividades, los tres amigos decidieron organizarse de forma que cada actividad fuera realizada por una sola persona; es decir, no había actividades desarrolladas por más de uno de ellos. Si se sabe que Carme participó en 30 actividades más que Martí y que Saïd participó en 18 actividades más que Martí, ¿de cuántas actividades se encargó cada uno de los tres amigos?

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

OPCIÓN B

- 4.1. Para estudiar el efecto de una campaña de promoción de los talleres familiares de este curso, los tres amigos modelizan el número de familias inscritas mediante la función

$$f(t) = \frac{100t}{t^2 + 4},$$

en la que t representa el número de días desde el inicio de la campaña y

$f(t)$ corresponde al número de familias inscritas ese día.

¿Hay algún día en que el número de familias inscritas sea exactamente 20? En caso afirmativo, indique cuál.

¿En qué día se logra el número máximo de familias inscritas? ¿Cuál es este número máximo?

[1,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Los tres amigos también quieren analizar cómo se reparten entre ellos el trabajo de preparación de las actividades. Para ello, revisan cómo se han organizado durante una semana concreta. En total, en este período han dedicado 24 horas a la preparación de talleres familiares, 21 horas a la preparación de charlas en centros educativos y 15 horas a la preparación de seminarios en línea.

La distribución del trabajo de preparación de cada uno de los tres tipos de actividades es la siguiente:

- Carme se encarga del 50 % de la preparación de los talleres familiares, del 30 % de la preparación de las charlas en centros educativos y del 20 % de la preparación de los seminarios en línea;
- Saïd se encarga del 30 % de la preparación de los talleres familiares, del 50 % de la preparación de las charlas en centros educativos y del 20 % de la preparación de los seminarios en línea;
- Martí se encarga del 20 % de la preparación de los talleres familiares, del 20 % de la preparación de las charlas en centros educativos y del 60 % de la preparación de los seminarios en línea.

Se agrupa esta información en las siguientes matrices:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0,50 & 0,30 & 0,20 \\ 0,30 & 0,50 & 0,20 \\ 0,20 & 0,20 & 0,60 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} 24 \\ 21 \\ 15 \end{pmatrix},$$

que corresponden a la matriz de reparto porcentual y al vector de horas totales dedicadas a la preparación de cada tipo de actividad, respectivamente.

Calcule el vector $\mathbf{R} \cdot \mathbf{h}$ e interprete su significado.

¿Cuál de los tres amigos ha dedicado más horas a la preparación de actividades?

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans