



**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y
PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2025-2026**

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos**
- Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- Se deben resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se proporciona la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

PARTE OBLIGATORIA. Resuelve los dos ejercicios siguientes:

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Un jardinero quiere vallar un campo rectangular que tiene un lado junto a un camino. La valla del lado del camino cuesta 80 euros por metro y el precio de la valla de los tres lados restantes es de 10 euros por metro. Halla las dimensiones del campo de mayor área que puede cercarse con 28800 euros. ¿Qué área tiene el campo?

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a \sin(x) + \cos(bx)$. Determina a y b ($0 < b < 3$), sabiendo que $x = \frac{\pi}{2}$ es un punto crítico de f y que $\int_0^{\pi} f(x) dx = 4$.

PARTE OPTATIVA

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Considera los vectores $\vec{u} = (2, 0, 1)$ y $\vec{v} = (1, m, 2)$.

- [1,25 puntos]** Calcula m para que el área del triángulo que definen $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sea $\frac{\sqrt{29}}{2}$
- [1,25 puntos]** Para $m = 0$, halla los vectores que sean perpendiculares a $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y tengan módulo $\sqrt{20}$.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z - 3 = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{m-2}$.

- a) [1,5 puntos] Halla la posición relativa de π y r según los valores de m .
- b) [1 punto] Para $m = 1$, determina la ecuación del plano que contiene a r y corta perpendicularmente a π .

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:**EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)**

Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 7x + 3y + 3z = 15 \\ x - y - z = 5 \end{cases}$$

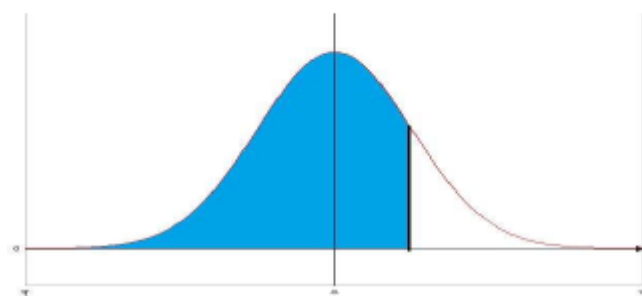
- a) [1,5 punto] Clasifícalo y resuélvelo, si es posible.
- b) [1 punto] ¿Existe alguna solución del sistema que verifique $y + z + 2 = 0$? Razona la respuesta.

EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

La estatura de los alumnos de un centro de Educación Secundaria sigue una distribución normal de media 172 cm y desviación típica 7 cm.

- a) [1,25 puntos] Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida entre 168 y 180 cm.
- b) [1,25 puntos] ¿Cuánto mide al menos un alumno que está en el grupo del 5% de alumnos más altos?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $N(0, 1)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

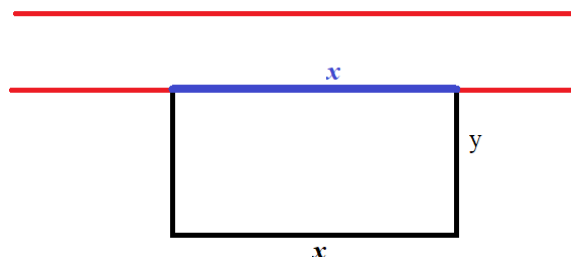
Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Un jardinero quiere vallar un campo rectangular que tiene un lado junto a un camino. La valla del lado del camino cuesta 80 euros por metro y el precio de la valla de los tres lados restantes es de 10 euros por metro. Halla las dimensiones del campo de mayor área que puede cercarse con 28800 euros. ¿Qué área tiene el campo?

Hacemos un dibujo de la situación planteada.



El coste de vallar el campo rectangular es $C(x, y) = 80x + 10x + 10 \cdot 2y = 90x + 20y$. Nos dicen que tenemos 28800 euros para vallar el campo.

$$C(x, y) = 28800 \Rightarrow 90x + 20y = 28800 \Rightarrow 9x + 2y = 2880 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2y = 2880 - 9x \Rightarrow \boxed{y = 1440 - 4.5x}$$

Debemos maximizar el área del campo que es $A(x, y) = xy$.

Sustituimos $y = 1440 - 4.5x$ para obtener una expresión del área dependiente de una única variable.

$$\left. \begin{array}{l} y = 1440 - 4.5x \\ A(x, y) = xy \end{array} \right\} \Rightarrow A(x) = x(1440 - 4.5x) = 1440x - 4.5x^2$$

Obtenemos los puntos críticos de la función área obtenida.

$$A(x) = 1440x - 4.5x^2 \Rightarrow A'(x) = 1440 - 9x$$

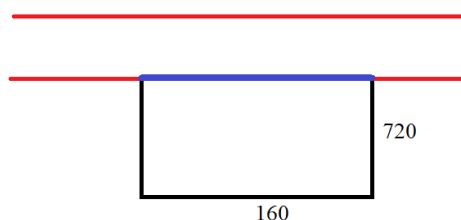
$$A'(x) = 0 \Rightarrow 1440 - 9x = 0 \Rightarrow 9x = 1440 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1440}{9} = 160}$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$A'(x) = 1440 - 9x \Rightarrow A''(x) = -9 \Rightarrow A''(160) = -9 < 0$$

Para $x = 160$ se anula la primera derivada y la segunda toma valor negativo. La función área tiene un máximo relativo en $x = 160$. Obtenemos el valor del otro lado del campo: $y = 1440 - 4.5 \cdot 160 = 720$.

El campo rectangular con área máxima que podemos vallar con 28800 euros tiene los lados de longitudes 160 y 720 metros. El área del campo es $720 \cdot 160 = 115200 \text{ m}^2$.



EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a \operatorname{sen}(x) + \cos(bx)$. Determina a y b ($0 < b < 3$), sabiendo que $x = \frac{\pi}{2}$ es un punto crítico de f y que $\int_0^\pi f(x) dx = 4$.

Si en $x = \frac{\pi}{2}$ la función presenta un punto crítico entonces la derivada de la función se

anula $\rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

$$f(x) = a \operatorname{sen}(x) + \cos(bx) \Rightarrow f'(x) = a \cos(x) - b \operatorname{sen}(bx)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow a \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - b \operatorname{sen}\left(b \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow -b \operatorname{sen}\left(b \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\left(\frac{\pi b}{2}\right) = 0 \Rightarrow \{0 < b < 3\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi b}{2} = 0 \rightarrow \pi b = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ No válido} \\ \frac{\pi b}{2} = \pi \rightarrow \pi b = 2\pi \rightarrow \boxed{b = 2} \\ \frac{\pi b}{2} = 2\pi \rightarrow \pi b = 4\pi \rightarrow b = 4 \text{ No válido} \\ \dots \end{cases}$$

Hemos obtenido $b = 2$. La función queda $f(x) = a \operatorname{sen}(x) + \cos(2x)$.

Determinamos la expresión de la integral definida $\int_0^\pi f(x) dx$.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi f(x) dx &= \int_0^\pi a \operatorname{sen}(x) + \cos(2x) dx = \left[-a \cos(x) + \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2x) \right]_0^\pi = \\ &= \left[-a \cos(\pi) + \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2\pi) \right] - \left[-a \cos(0) + \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2 \cdot 0) \right] = a + 0 + a + 0 = \boxed{2a} \end{aligned}$$

Aplicamos que $\int_0^\pi f(x) dx = 4$.

$$\int_0^\pi f(x) dx = 4 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

Los valores buscados son $a = b = 2$.

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Considera los vectores $\vec{u} = (2, 0, 1)$ y $\vec{v} = (1, m, 2)$.

a) [1,25 puntos] Calcula m para que el área del triángulo que definen $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sea $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

b) [1,25 puntos] Para $m = 0$, halla los vectores que sean perpendiculares a $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y tengan módulo $\sqrt{20}$.

a) El área del triángulo definido por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se obtiene con la fórmula $\frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} = (2, 0, 1) \\ \vec{v} = (1, m, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & m & 2 \end{vmatrix} = 0 + j + 2mk - 0 - 4j - mi =$$

$$= -mi - 3j + 2mk = (-m, -3, 2m)$$

$$\text{Área} = \frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{2} = \frac{\sqrt{(-m)^2 + (-3)^2 + (2m)^2}}{2} = \frac{\sqrt{m^2 + 9 + 4m^2}}{2} = \frac{\sqrt{9 + 5m^2}}{2}$$

Averiguamos el valor de m para que el área del triángulo sea $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

$$\text{Área} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{9 + 5m^2}}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2} \Rightarrow \sqrt{9 + 5m^2} = \sqrt{29} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 + 5m^2 = 29 \Rightarrow 5m^2 = 20 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \boxed{m = \sqrt{4} = \pm 2}$$

Los valores que cumplen lo pedido son $m = \pm 2$.

b) Para $m = 0$ los vectores quedan $\vec{u} = (2, 0, 1)$ y $\vec{v} = (1, 0, 2)$. Un vector perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es su producto vectorial.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} = (2, 0, 1) \\ \vec{v} = (1, 0, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (0, -3, 0)$$

Los vectores $\vec{w}$ perpendiculares a $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen la expresión $\vec{w} = a(0, 3, 0) = (0, 3a, 0)$.

Queremos que tengan módulo $\sqrt{20}$.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{w} = (0, 3a, 0) \\ |\vec{w}| = \sqrt{20} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{0^2 + (3a)^2 + 0^2} = \sqrt{20} \Rightarrow \sqrt{(3a)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a = 20 \rightarrow a = \frac{20}{3} \rightarrow \vec{w}_1 = \left(0, \frac{20}{3}, 0\right) \\ -3a = 20 \rightarrow a = -\frac{20}{3} \rightarrow \vec{w}_2 = \left(0, -\frac{20}{3}, 0\right) \end{cases}$$

Los vectores perpendiculares a $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y con módulo $\sqrt{20}$ son $\vec{w}_1 = \left(0, \frac{20}{3}, 0\right)$ y $\vec{w}_2 = \left(0, -\frac{20}{3}, 0\right)$.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + 2z - 3 = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{m-2}$.

- a) **[1,5 puntos]** Halla la posición relativa de π y r según los valores de m .
 b) **[1 punto]** Para $m=1$, determina la ecuación del plano que contiene a r y corta perpendicularmente a π .

a) Hallamos un vector director de la recta y un vector normal del plano.

$$\pi \equiv 2x - y + 2z - 3 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2, -1, 2)$$

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{m-2} \Rightarrow \begin{cases} P_r(1, 0, 2) \\ \vec{v}_r = (2, 1, m-2) \end{cases}$$

Averiguamos cuando el vector normal del plano y el director de la recta son perpendiculares, es decir, si su producto escalar es cero.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n} = (2, -1, 2) \\ \vec{v}_r = (2, 1, m-2) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{v}_r = (2, -1, 2) \cdot (2, 1, m-2) = 4 - 1 + 2m - 4 = 2m - 1$$

$$\pi \perp r \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{v}_r \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{v}_r = 0 \Rightarrow 2m - 1 = 0 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{2}}$$

Si $m \neq \frac{1}{2}$ el producto escalar $\vec{n} \cdot \vec{v}_r$ es distinto de cero y la recta corta al plano en un punto.

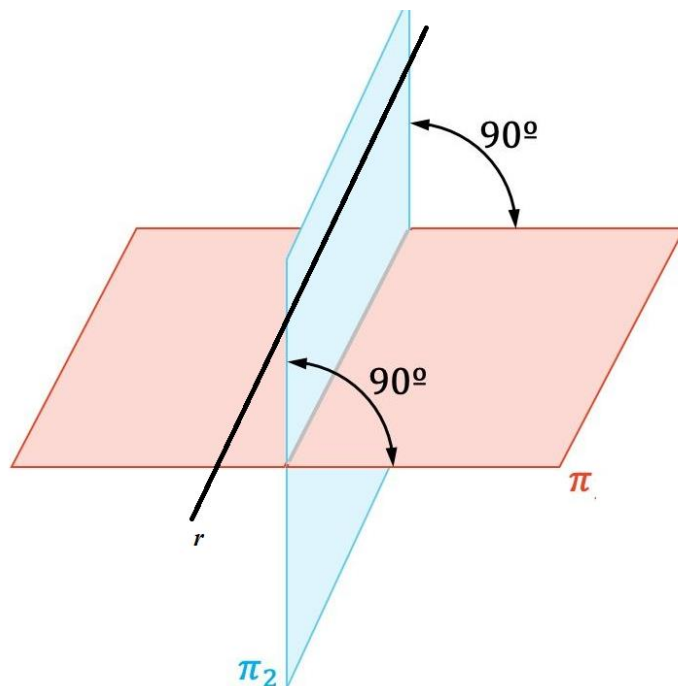
Si $m = \frac{1}{2}$ el producto escalar $\vec{n} \cdot \vec{v}_r$ vale cero, con lo que el vector normal del plano y el director de la recta son perpendiculares. La recta es paralela al plano o está contenida en dicho plano. Comprobamos si el punto $P_r(1, 0, 2)$ de la recta pertenece al plano.

$$\left. \begin{array}{l} \pi \equiv 2x - y + 2z - 3 = 0 \\ \text{¿} P_r(1, 0, 2) \in \pi? \end{array} \right\} \Rightarrow \text{¿} 2 \cdot 1 - 0 + 2 \cdot 2 - 3 = 0? \Rightarrow \text{¿} 2 + 4 - 3 = 0? \Rightarrow \text{¡NO!}$$

El punto no pertenece al plano y ningún punto de la recta pertenece al plano. La recta es paralela al plano.

Resumiendo: Si $m \neq \frac{1}{2}$ la recta y el plano se cortan y si $m = \frac{1}{2}$ la recta es paralela al plano.

- b) Para $m=1$ la recta tiene ecuación $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ y es paralela al plano.



El plano π_2 que buscamos tiene como vectores directores el vector director de la recta y el vector normal del plano π y contiene el punto $P_r(1,0,2)$ de la recta.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} = \vec{n} = (2, -1, 2) \\ \vec{v} = \vec{v}_r = (2, 1, -1) \\ P_r(1, 0, 2) \in \pi_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \pi_2 : \begin{vmatrix} x-1 & y & z-2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 1 + 4y + 2z - 4 + 2z - 4 + 2y - 2x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x + 6y + 4z - 7 = 0 \Rightarrow \boxed{\pi_2 : x - 6y - 4z + 7 = 0}$$

La ecuación del plano π_2 que contiene a r y corta perpendicularmente a π es $\pi_2 : x - 6y - 4z + 7 = 0$.

EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 7x + 3y + 3z = 15 \\ x - y - z = 5 \end{cases}$$

a) [1,5 punto] Clasifícalo y resuélvelo, si es posible.

b) [1 punto] ¿Existe alguna solución del sistema que verifique $y + z + 2 = 0$? Razona la respuesta.

a) El sistema tiene la matriz de coeficientes $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 3 & 15 \\ 1 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

En la matriz A se observa que las columnas segunda y tercera son iguales por lo que su rango no es 3. Si consideramos el menor de orden 2 que resulta de quitar la fila 3ª y la columna 3ª su determinante vale $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 7 = -4 \neq 0$. El rango de A es 2.

En la matriz ampliada son iguales las columnas segunda y tercera. Consideramos el menor de orden 3 que resulta de quitar la tercera columna y calculamos su determinante.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 15 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 15 + 15 - 7 - 3 - 35 + 15 = 0$$

Como este determinante es nulo el rango de A/B no es 3.

El rango de A y el de A/B son iguales a 2, menor que el número de incógnitas (3). El sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

Resolvemos el sistema.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 7x + 3y + 3z = 15 \\ x - y - z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 7x + 3y + 3z = 15 \\ x = y + z + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + z + 5 + y + z = 1 \\ 7y + 7z + 35 + 3y + 3z = 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y + 2z = -4 \\ 10y + 10z = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + z = -2 \\ y + z = -2 \end{cases} \Rightarrow y + z = -2 \Rightarrow \boxed{y = -2 - z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -2 - z + z + 5 \Rightarrow \boxed{x = 3} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 - \alpha; \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \alpha \end{cases}$$

Las soluciones del sistema tienen la expresión
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 - \alpha; \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \alpha \end{cases}$$

b) Añadimos al sistema la nueva ecuación y lo resolvemos.

$$\left\{ \begin{array}{l} y + z + 2 = 0 \\ x = 3 \\ y = -2 - \alpha \\ z = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow -2 - \alpha + \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{0 = 0}$$

Todas las soluciones del sistema cumplen lo pedido.

EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

La estatura de los alumnos de un centro de Educación Secundaria sigue una distribución normal de media 172 cm y desviación típica 7 cm.

- a) [1,25 puntos] Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida entre 168 y 180 cm.
- b) [1,25 puntos] ¿Cuánto mide al menos un alumno que está en el grupo del 5% de alumnos más altos?

Consideramos X la variable aleatoria que nos da la estatura en centímetros de los alumnos de un centro de Educación Secundaria. $X = N(172, 7)$.

a) Debemos calcular $P(168 \leq X \leq 180)$.

$$P(168 \leq X \leq 180) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - 172}{7} \end{array} \right\} = P\left(\frac{168 - 172}{7} \leq Z \leq \frac{180 - 172}{7}\right) =$$

$$= P(-0.57 \leq Z \leq 1.14) = P(Z \leq 1.14) - P(Z \leq -0.57) =$$

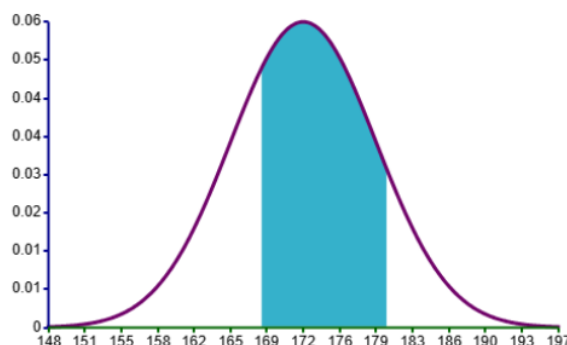
$$= P(Z \leq 1.14) - P(Z \geq 0.57) = P(Z \leq 1.14) - [1 - P(Z \leq 0.57)] =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 0.8729 - 1 + 0.7157 = \boxed{0.5886}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7122	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790

La probabilidad de que un alumno elegido al azar mida entre 168 y 180 cm es de 0.5886.

$$P(168 < X < 180) = 0.5896$$



En la calculadora online sale un resultado ligeramente distinto, debido a que nosotros para usar las tablas estamos redondeando y no obtenemos el mismo resultado, aunque la diferencia es de una milésima.

b) Debemos hallar “e” tal que $P(X > e) = 0.05$.

$$P(X > e) = 0.05 \Rightarrow 1 - P(X \leq e) = 0.05 \Rightarrow P(X \leq e) = 0.95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipicamos} \\ Z = \frac{X - 172}{7} \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{e - 172}{7}\right) = 0.95 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{e - 172}{7} = 1.645 \Rightarrow e - 172 = 11.515 \Rightarrow \boxed{e = 183.515}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505

Un alumno que está en el grupo del 5% de alumnos más altos mide al menos 183.515 centímetros.

$$P(X > 183.515) = 0.0500$$

