

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas

Serie 5

Indique la opción escogida:

Ejercicio 4: Opción A ☐ Opción B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas e indíquela en la portada.

En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. La redacción de la respuesta debe realizarse de manera coherente, con corrección y claridad, empleando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar las páginas en blanco del final del cuaderno para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Considere la parábola $y=f(x)$, con $f(x)=-x^2+5x$, y la hipérbola $y=g(x)$, con $g(x)=8-\frac{8}{x+1}$.

1.1. ¿En cuántos puntos se cortan las gráficas de estas dos funciones? Calcúlelos todos.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

1.2. Calcule el área de la región situada entre las dos curvas desde $x=1$ hasta $x=3$.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

- 1.3.** Compruebe que $f(x)$ tiene sus raíces en los puntos de abscisa $x=0$ y $x=5$, y que la ordenada del vértice de la parábola $y=f(x)$ es $y=6,25$. Justifique que $y=f(x)$ es la única parábola que existe con estas dos propiedades.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 1.3	
----------------------------	--

Ejercicio 2

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Considere las matrices $M = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ k-1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ k-1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, donde k es un número real cualquiera.

2.1. Calcule los valores de k para los cuales MN es invertible.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

2.2. Calcule los valores de k para los cuales NM es invertible.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

- 2.3. Estudie para qué valores reales de m , n y k el sistema $\mathbf{M} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ es compatible indeterminado.
[1 punto]

Puntuació de l'apartat 2.3	
----------------------------	--

Ejercicio 3

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

En una ciutat se ha estudiat la relació entre els hàbits de lectura i la pràctica de deporte entre el alumnado de bachillerato. Para ello, se han formulado las dos preguntas siguientes al alumnado de esta etapa educativa: «¿Lees como mínimo dos libros al mes?» y «¿Practicas algún deporte al menos cuatro horas por semana?».

De los resultados de la encuesta, se desprende que el 60 % leen como mínimo dos libros al mes, de los cuales el 70 % practican algún deporte un mínimo de cuatro horas por semana. También se observa que, de entre los que no leen un mínimo de dos libros al mes, el 50 % hacen menos de cuatro horas semanales de deporte.

Si se elige al azar un alumno/a de bachillerato de esta ciudad:

3.1. ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte al menos cuatro horas semanales?

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

3.2. Si se sabe que este alumno/a hace deporte menos de cuatro horas semanales, ¿cuál es la probabilidad de que lea al menos dos libros al mes?

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

Alba es una estudiante de bachillerato que ha ido anotando durante todo el curso cuántas horas dedicaba a la semana a leer y cuántas a hacer deporte. Para cada semana tiene apuntado un número real x que corresponde a la cantidad de horas de lectura y que oscila entre 1 y 6, y un número real y que corresponde a la cantidad de horas de práctica deportiva. Ha observado que la relación $y = 7 - x + \ln(2x - 1)$ se ajusta bastante bien a los datos que ha anotado.

- 3.3.** Calcule, según este modelo, cuál es el máximo y el mínimo de horas por semana que Alba ha dedicado a practicar deporte.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 3.3	
----------------------------	--

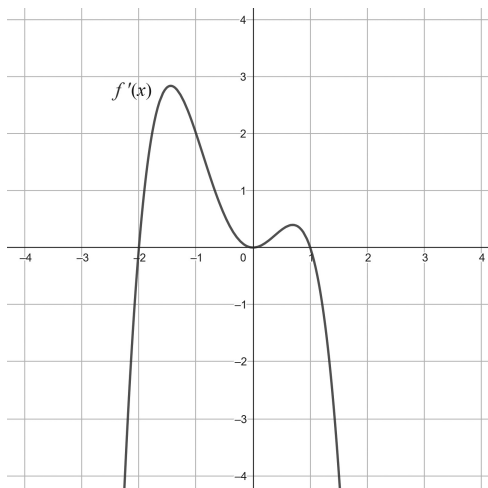
Ejercicio 4
[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 4

Escoja UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean. Indique en la portada del examen la opción elegida.

OPCIÓN A

De una función $f(x)$, se sabe que pasa por el punto $(-1, -1)$ y que la gráfica de su función derivada es la siguiente:



- 4.1. Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $(-1, -1)$.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Estudie si $f(x)$ tiene puntos críticos (puntos donde $f'(x) = 0$) y, en caso de tenerlos, determine sus abscisas y clasifíquelos según sean máximos, mínimos o puntos de inflexión de $f(x)$.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.2

- 4.3. Sabiendo, además, que $f(0) = -0,2$, calcule el área entre la gráfica de $f'(x)$ y el eje de abscisas, desde $x = -1$ hasta $x = 0$.

[0,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.3

OPCIÓN B

En una industria se usan brazos robóticos con sensores para medir con precisión determinadas piezas metálicas y comprobar si tienen irregularidades. Las piezas se colocan sobre la superficie determinada por el plano $\pi: (x, y, z) = (6, 1, 1) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 0, 1)$ y, por encima de ella, un brazo robótico desplaza un sensor desde el punto $A = (1, 2, 3)$ hasta el punto $B = (5, 3, 7)$ en línea recta (las unidades de los tres ejes de coordenadas están expresadas en centímetros).

- 4.1. ¿Qué distancia ha recorrido el sensor?

[0,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.1

- 4.2. Al acabar el movimiento, ¿a qué distancia de la superficie se encuentra el sensor?

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.2

- 4.3. Si el sensor siguiera moviéndose en la misma línea recta y en el mismo sentido, ¿en qué punto chocaría con la superficie?

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.3

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans