PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Esta prueba consta de 4 ejercicios.
c) En algunos ejercicios se da la posibilidad de elegir entre apartado A) o B). Responda sólo el apartado **que elija. En caso contrario, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar**
d) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
e) Todos los resultados deben estar **suficientemente justificados**.
f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos.
g) La valoración de la corrección gramatical, léxica y ortográfica, así como la presentación del texto no será superior al 10 %.

EJERCICIO 1 Elija sólo uno de los apartados A) o B):

A) En un festival de cine con tres sesiones se venden tres tipos de entradas: Estándar, Premium y VIP. En la sesión inaugural se vendieron 5 entradas Premium, 20 Estándar y 20 VIP, obteniéndose una recaudación de 1800€. En la sesión nocturna se vendieron 10 VIP, 10 Estándar y 5 Premium, recaudándose 1000€. El día de la proyección de clausura, el número de entradas Premium superó en 4 al resto de entradas, que fueron 12 VIP y 4 Estándar, arrojando una recaudación de 1560€.

a) **(2.25 puntos)** Calcule el precio de cada tipo de entrada y la recaudación total obtenida.
b) **(0.75 puntos)** Determine el tipo de entrada con la que se obtuvo una mayor recaudación y el valor de dicha recaudación.

B) (3 puntos) La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener el máximo beneficio económico? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

.

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Se considera la función:

$$f(x)=\begin{cases} a\cdot e^{x+1} & x\le -1 \\ x^2-2 & -1<x<2 \\ b\cdot\log(12-x) & 2\le x<12 \end{cases}$$

siendo a y b números reales. Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en todo su dominio.

b) **(1.3 puntos)** Represente el recinto acotado, limitado por la recta $y=-x+3$ y la parábola $y=-x^2+5$. Calcule el área del recinto.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la derivada de la función $g(x)=\ln\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

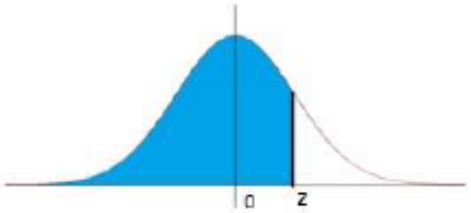
EJERCICIO 3 Elija sólo uno de los apartados A) o B):

A) En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero.
Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:
a) **(1 punto)** No haya acertado con la llave seleccionada.
b) **(0.5 puntos)** Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.
c) **(0.5 puntos)** Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.

B) Una empresa de alquiler de patinetes eléctricos quiere analizar el comportamiento de sus usuarios durante la hora punta de la mañana en una determinada ciudad. La duración del trayecto de cada usuario (en minutos) se distribuye según una ley Normal con media 18 y desviación típica 4.
a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario tarde menos de 15 minutos en hacer su trayecto?
b) **(1.25 puntos)** Se sabe que cada usuario que desbloquea un patinete tiene una probabilidad de 0.9 de completar su trayecto sin incidencias. Si 120 usuarios desbloquean un patinete para moverse por la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 110 completen el trayecto sin incidencias?

EJERCICIO 4
Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.
a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
b) **(1 punto)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE $Z \approx N(0,1)$. $P(Z \leq z)$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, esté por debajo del valor z.

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

A) En un festival de cine con tres sesiones se venden tres tipos de entradas: Estándar, Premium y VIP. En la sesión inaugural se vendieron 5 entradas Premium, 20 Estándar y 20 VIP, obteniéndose una recaudación de 1800€. En la sesión nocturna se vendieron 10 VIP, 10 Estándar y 5 Premium, recaudándose 1000€. El día de la proyección de clausura, el número de entradas Premium superó en 4 al resto de entradas, que fueron 12 VIP y 4 Estándar, arrojando una recaudación de 1560€.

a) **(2.25 puntos)** Calcule el precio de cada tipo de entrada y la recaudación total obtenida.

b) **(0.75 puntos)** Determine el tipo de entrada con la que se obtuvo una mayor recaudación y el valor de dicha recaudación.

a) Llamamos "x" al precio de una entrada Estándar, "y" al de una entrada Premium y "z" al de una entrada VIP.

"En la sesión inaugural se vendieron 5 entradas Premium, 20 Estándar y 20 VIP, obteniéndose una recaudación de 1800€" → $20x+5y+20z=1800$

"En la sesión nocturna se vendieron 10 VIP, 10 Estándar y 5 Premium, recaudándose 1000€" → $10x+5y+10z=1000$

"El día de la proyección de clausura, el número de entradas Premium superó en 4 al resto de entradas, que fueron 12 VIP y 4 Estándar, arrojando una recaudación de 1560€" → "El día de la proyección de clausura, el número de entradas Premium fueron 20, 12 VIP y 4 Estándar, arrojando una recaudación de 1560€" → $4x+20y+12z=1560$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{matrix}20x+5y+20z=1800\\10x+5y+10z=1000\\4x+20y+12z=1560\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}4x+y+4z=360\\2x+y+2z=200\\x+5y+3z=390\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}4x+y+4z=360\\y=200-2x-2z\\x+5y+3z=390\end{matrix}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{matrix}4x+200-2x-2z+4z=360\\x+5\left(200-2x-2z\right)+3z=390\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}2x+2z=160\\x+1000-10x-10z+3z=390\end{matrix}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{matrix}x+z=80\\-9x-7z=-610\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}x=80-z\\9x+7z=610\end{matrix}\right\}\Rightarrow 9\left(80-z\right)+7z=610\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 720-9z+7z=610\Rightarrow -2z=-110\Rightarrow\boxed{z=\frac{110}{2}=55}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{x=80-55=25}\Rightarrow\boxed{y=200-2\cdot 25-2\cdot 55=40}$$

Cada entrada estándar cuesta 25 euros, cada entrada premium cuesta 40 euros y cada entrada VIP cuesta 55 euros. La recaudación total fue de 1800 + 1560 = 3360 €.

b) En total se obtuvo una recaudación de 1800 + 1000 + 1560 = 4360 euros.
Se vendieron 20 + 10 + 4 = 34 entradas estándar obteniendo con ellas un importe de 34 · 25 = 850 euros.

Se vendieron 5 + 5 + 20 = 30 entradas premium obteniendo con ellas un importe de 30 · 40 = 1200 euros.
Se vendieron 20 + 10 + 12 = 42 entradas VIP obteniendo con ellas un importe de 42 · 55 = 2310 euros.
Se obtuvo mayor recaudación con las entradas VIP con un importe de 2310 euros.

EJERCICIO 1

B) (3 puntos) La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener el máximo beneficio económico? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Llamamos "x" al número de pañuelos que se confeccionan e "y" al número de corbatas confeccionadas.

La función que queremos maximizar es el beneficio que viene dado por la expresión $B(x,y)=4x+6y$.

Las restricciones son las siguientes.

El taller solo dispone de 60 horas semanales → $2x+3y\le 60$

El número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28 → $y+2x\ge 28$.

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$.

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y\le 60 \\ y+2x\ge 28 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible que contiene la solución del problema.

$2x+3y=60$

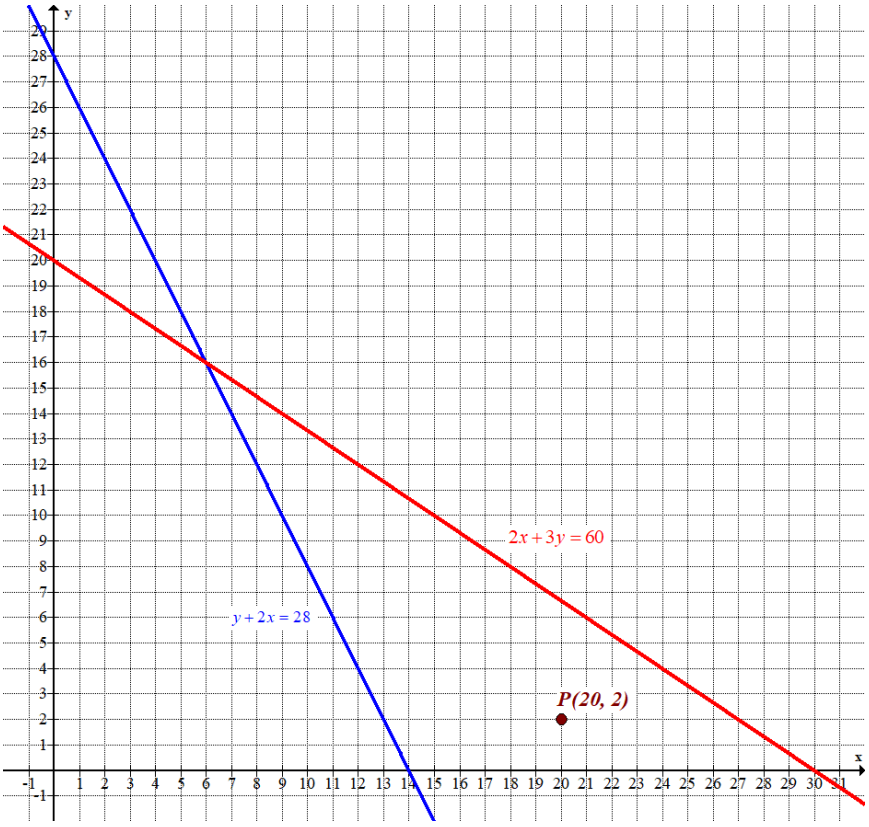
x	$y=\dfrac{60-2x}{3}$
0	20
6	16
30	0

$y+2x=28$

x	$y=28-2x$
0	28
6	16
14	0

$x\ge 0;\ y\ge 0$

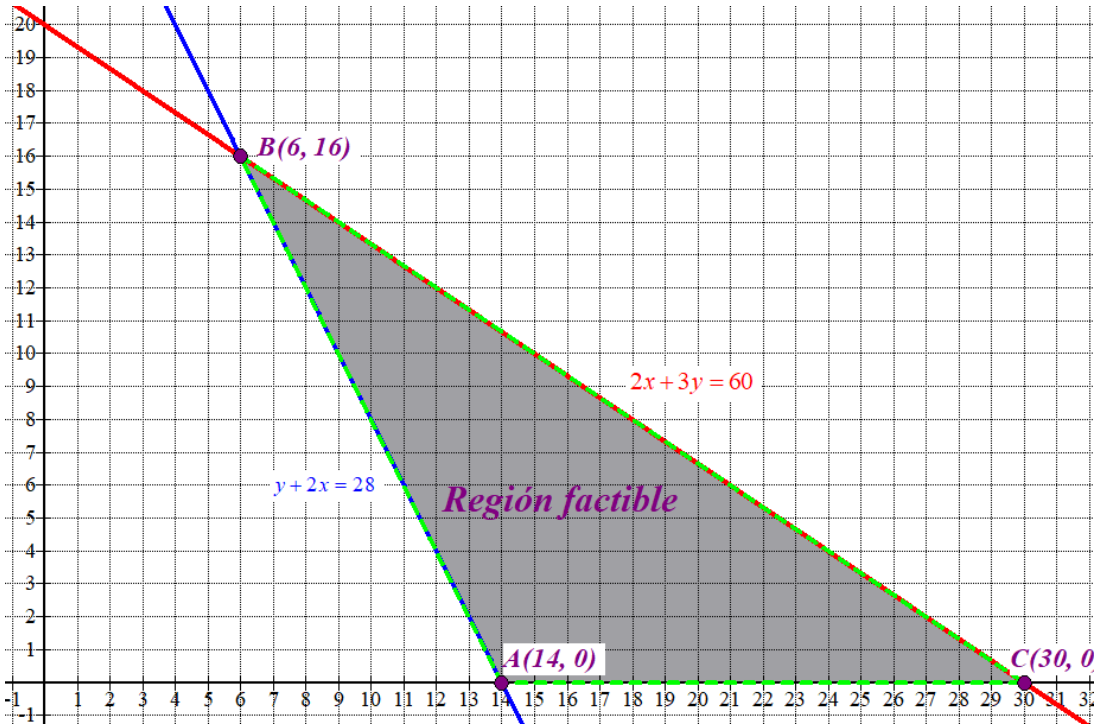
Primer cuadrante



La región factible está situada en el primer cuadrante por encima de la recta azul y por debajo de la recta roja. Comprobamos que el punto P(20, 2) perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 2\cdot 20+3\cdot 2\le 60 \\ 2+2\cdot 20\ge 28 \\ 20\ge 0;\ 2\ge 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficio $B(x,y)=4x+6y$ en cada uno de los vértices en busca del valor máximo.

A(14, 0) → $B(14,0)=4\cdot 14+6\cdot 0=56$

B(6, 16) → $B(6,16)=4\cdot 6+6\cdot 16=120$ ¡*Máximo*!

C(30, 0) → $B(30,0)=4\cdot 30+6\cdot 0=120$ ¡*Máximo*!

El valor máximo es 120 € y se alcanza en los vértices B y C. Se consigue el beneficio máximo de 120 € en cualquier punto con coordenadas enteras del segmento BC: B(6, 16), (9, 14), (12, 12), (18, 8), (21, 6), (24, 4), (27, 2) o C(30, 0).
Se puede conseguir el máximo beneficio de 120 € cumpliendo las restricciones de muchas formas: confeccionando 6 pañuelos y 16 corbatas, o bien con 9 pañuelos y 14 corbatas, ….., o bien 30 pañuelos y 0 corbatas.

.

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Se considera la función:

$$f(x)=\begin{cases} a\cdot e^{x+1} & x\le -1 \\ x^2-2 & -1<x<2 \\ b\cdot\log(12-x) & 2\le x<12 \end{cases}$$

siendo a y b números reales. Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en todo su dominio.

b) **(1.3 puntos)** Represente el recinto acotado, limitado por la recta $y=-x+3$ y la parábola $y=-x^2+5$. Calcule el área del recinto.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la derivada de la función $g(x)=\ln\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

a) En el intervalo $(-\infty,-1)$ la función tiene la expresión $f(x)=a\cdot e^{x+1}$, que es una expresión exponencial y por tanto continua.

En el intervalo $(-1,2)$ la función tiene la expresión $f(x)=x^2-2$, que es una expresión polinómica y por tanto continua.

En el intervalo $(2,12)$ la función tiene la expresión $f(x)=b\cdot\log(12-x)$. En ese intervalo $x<12\Rightarrow 12-x>0$. Por tanto, existe el logaritmo y la función es continua.

Comprobamos la continuidad en los cambios de definición.

La función debe ser continua en $x=-1$.

$$\left.\begin{array}{l} f(-1)=a\cdot e^{-1+1}=a \\ \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-} a\cdot e^{x+1}=a \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+} x^2-2=(-1)^2-2=-1 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=f(-1) \end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{a=-1}$$

La función debe ser continua en $x=2$.

$$\left.\begin{array}{l} f(2)=b\cdot\log(12-2)=b\cdot\log 10=b \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} b\cdot\log(12-x)=b \\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} x^2-2=2 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2) \end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{b=2}$$

Para $a=-1$ y $b=2$ la función es continua en todo su dominio.

b) Hallamos los puntos de corte de recta y parábola.

$$\left.\begin{array}{l} y=-x+3 \\ y=-x^2+5 \end{array}\right\}\Rightarrow -x+3=-x^2+5\Rightarrow x^2-x-2=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4(-2)}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}\dfrac{1+3}{2}=\boxed{2=x} \\ \dfrac{1-3}{2}=\boxed{-1=x}\end{cases}$$

El área del recinto acotado, limitado por la recta y la parábola lo obtenemos con el valor de la integral definida de –1 a 2 de la diferencia de las dos funciones.
Si tomamos $x=0\in(-1,2)$ vemos que $-0+3<-0^2+5$, por lo que tomaremos la diferencia $\left(-x^2+5\right)-\left(-x+3\right)$.

$$Área=\int_{-1}^{2}\left(-x^2+5\right)-\left(-x+3\right)dx=\int_{-1}^{2}-x^2+5+x-3dx=\int_{-1}^{2}-x^2+x+2dx=$$

$$=\left[\frac{-x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{2}=\left[\frac{-2^3}{3}+\frac{2^2}{2}+2\cdot 2\right]-\left[\frac{-(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}+2(-1)\right]=$$

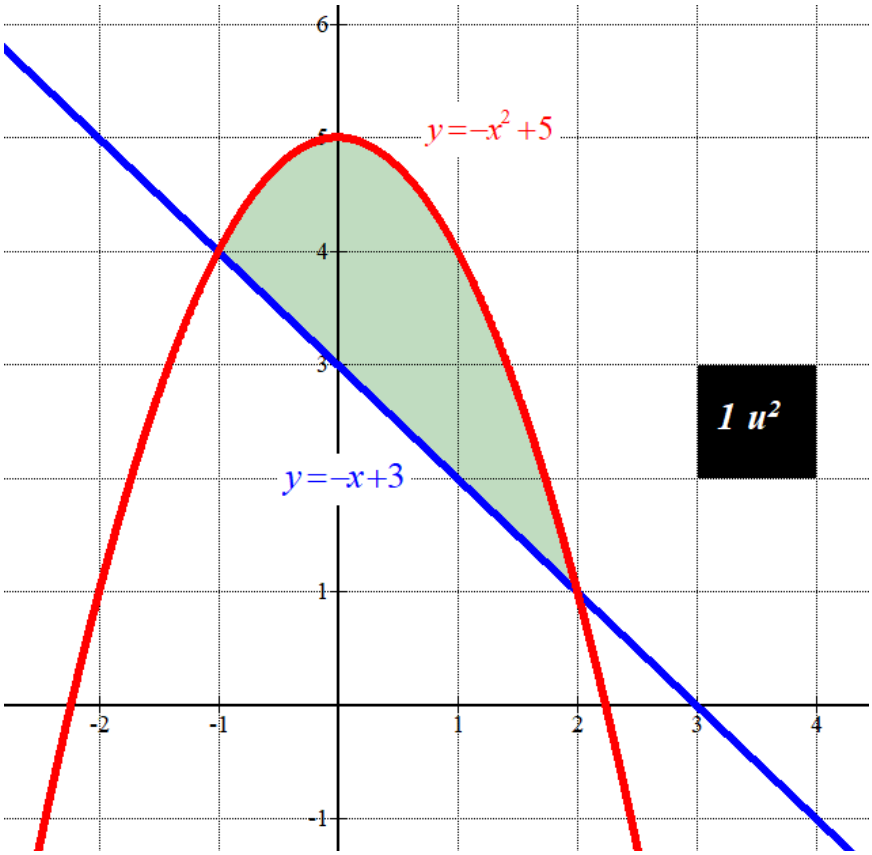
$$=\frac{-8}{3}+2+4-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2=\boxed{4.5\ u^2}$$

El área tiene un valor de 4.5 unidades cuadradas.

Representamos la recta, la parábola y el recinto acotado limitado entre ambas gráficas.

x	$y=-x+3$
–1	4
0	3
2	1

x	$y=-x^2+5$
–2	1
–1	4
0	5
2	1
3	–4



c) Calculamos la expresión de la derivada pedida.

$$g(x)=\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)\Rightarrow g'(x)=\frac{\dfrac{2x\left(x^2+1\right)-2x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}}{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}=\frac{\dfrac{\cancel{2x^3}+2x-\cancel{2x^3}+2x}{\left(x^2+1\right)^2}}{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}=$$

$$=\frac{\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}}{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}=\frac{4x\cancel{\left(x^2+1\right)}}{\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)^{\cancel{2}}}=\frac{4x}{\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)}=\boxed{\frac{4x}{x^4-1}}$$

EJERCICIO 3

A) En una casa con trastero viven tres personas y cada una tiene un llavero con las llaves de la casa. El primer llavero contiene 7 llaves, el segundo 8 y el tercero 5. En cada uno de los llaveros hay una única llave que abre el trastero.

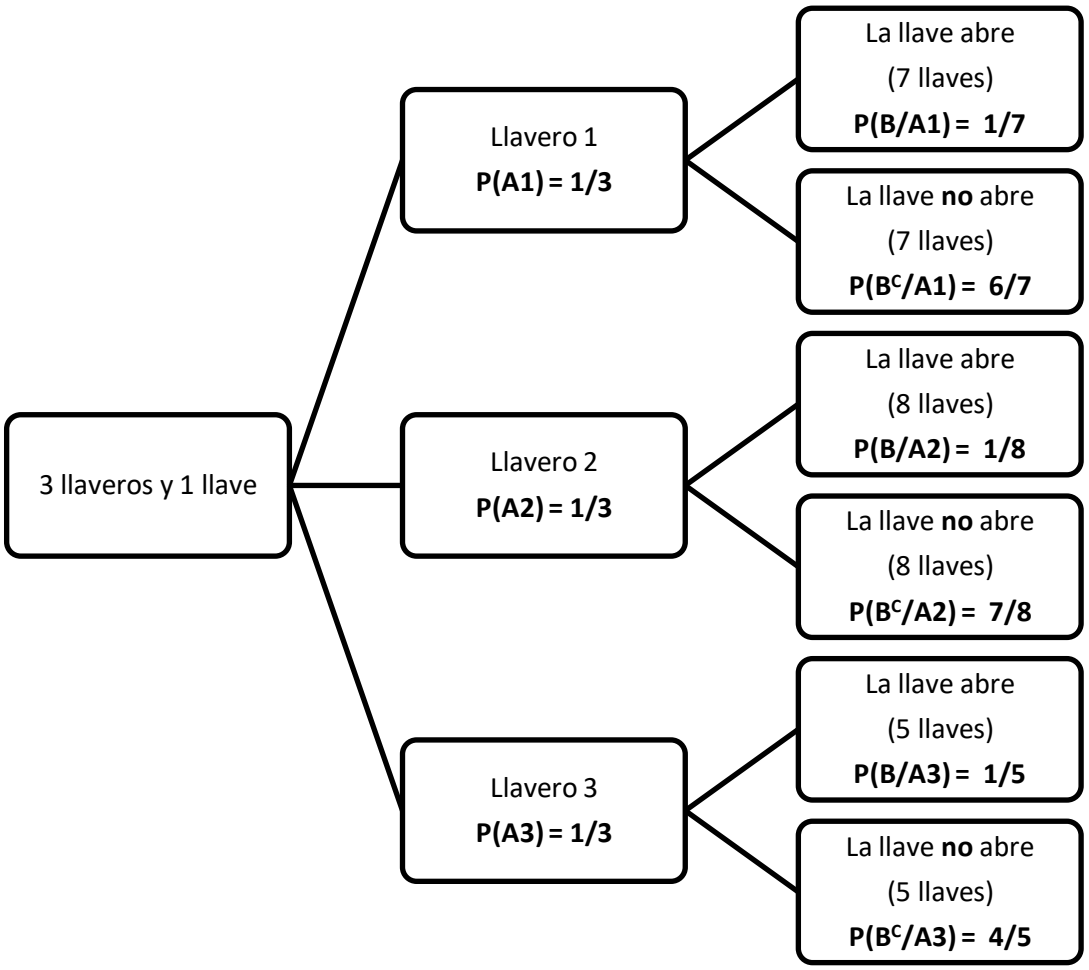
Otra persona necesita abrir el trastero y, para ello, selecciona un llavero al azar y, de este, elige una llave aleatoriamente e intenta abrirlo. Calcule la probabilidad de que:

a) **(1 punto)** No haya acertado con la llave seleccionada.

b) **(0.5 puntos)** Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, esta pertenezca al primer o al tercer llavero.

c) **(0.5 puntos)** Si la llave no abre el trastero, esta no pertenezca al primer llavero.

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Nos piden hallar $P\left(B^C\right)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P\left(B^C\right)=P\left(A1\right)P\left(B^C/A1\right)+P\left(A2\right)P\left(B^C/A2\right)+P\left(A3\right)P\left(B^C/A3\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{8}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}=\boxed{\frac{709}{840}\simeq 0.844}$$

La probabilidad de que no haya acertado con la llave seleccionada vale 0.844.

b) Hallamos la probabilidad de $P\left(A2/B\right)$ que es el suceso contrario del que nos hablan en el enunciado. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A2/B)=\frac{P(A2\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A2)P(B/A2)}{1-P(B^C)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}}{1-\frac{709}{840}}=\frac{35}{131}\simeq 0.2672$$

Sabiendo que la llave elegida abre el trastero, la probabilidad de que esta pertenezca al primer o al tercer llavero vale $1-\frac{35}{131}=\frac{96}{131}\simeq 0.7328$.

c) Hallamos la probabilidad del suceso contrario al que nos piden: $P(A1/B^C)$.

$$P(A1/B^C)=\frac{P(A1\cap B^C)}{P(B^C)}=\frac{P(A1)P(B^C/A1)}{P(B^C)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}}{\frac{709}{840}}=\frac{240}{709}\simeq 0.3385$$

Sabiendo que la llave elegida no abre el trastero, la probabilidad de que esta **no** pertenezca al primer llavero vale $1-\frac{240}{709}=\frac{469}{709}\simeq 0.6615$.

EJERCICIO 3

B) Una empresa de alquiler de patinetes eléctricos quiere analizar el comportamiento de sus usuarios durante la hora punta de la mañana en una determinada ciudad. La duración del trayecto de cada usuario (en minutos) se distribuye según una ley Normal con media 18 y desviación típica 4.

a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario tarde menos de 15 minutos en hacer su trayecto?

b) **(1.25 puntos)** Se sabe que cada usuario que desbloquea un patinete tiene una probabilidad de 0.9 de completar su trayecto sin incidencias. Si 120 usuarios desbloquean un patinete para moverse por la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 110 completen el trayecto sin incidencias?

a) X = La duración del trayecto de cada usuario (en minutos). $X = N(18,4)$.

Debemos calcular $P(X<15)$.

$$P(X<15)=\left\{\begin{matrix}Tipificamos\\ Z=\dfrac{X-18}{4}\end{matrix}\right\}=P\left(Z<\frac{15-18}{4}\right)=P(Z<-0.75)=P(Z>0.75)=$$

$$=1-P(Z\le 0.75)=\left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la}\\ \text{tabla N(0,1)}\end{matrix}\right\}=1-0.7734=\boxed{0.2266}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734

La probabilidad de que un usuario tarde menos de 15 minutos en hacer su trayecto es de 0.2266.

b) Consideramos X´ la variable aleatoria que cuenta el número de patinetes que completan su trayecto sin incidencias de un grupo de 120. Esta variable es una binomial de parámetros n = número de repeticiones = 120 y p = probabilidad de que un usuario complete un trayecto sin incidencias = 0.9. $X' = B(120,\ 0.9)$.

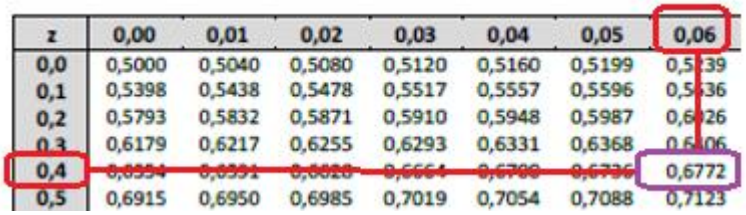
El número de repeticiones es muy alto. Aproximamos esta variable a una normal Y de media $np = 120\cdot 0.9 = 108$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{120\cdot 0.9\cdot 0.1} \simeq 3.29$.

$Y = N(108,\ 3.29)$. Esta aproximación es buena pues $np = 108 > 5$ y $nq = 120\cdot 0.1 = 12 > 5$.

Calculamos $P(X'\ge 110)$.

$$P(X'\ge 110)=\{\text{Corrección de Yates}\}=P(Y\ge 109.5)=\left\{\begin{matrix}Tipificamos\\ Z=\dfrac{Y-108}{3.29}\end{matrix}\right\}=$$

$$=P\left(Z\ge\frac{109.5-108}{3.29}\right)=P(Z\ge 0.46)=1-P(Z\le 0.46)=1-0.6772=\boxed{0.3228}$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123

La probabilidad de que al menos 110 completen el trayecto sin incidencias es de 0.3228.

EJERCICIO 4

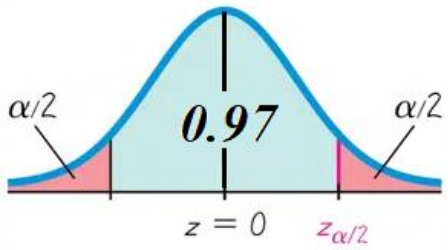
Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.

a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.

b) **(1 punto)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

a) $X = N(\mu, 3)$. El tamaño de la muestra es n = 100. La media muestral es $\bar{x} = 8.1$ días.

Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 97%.



$$1-\alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.985 \rightarrow \left\{\begin{matrix} Miramos\ en\ la \\ tabla\ N(0,1) \end{matrix}\right\} \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

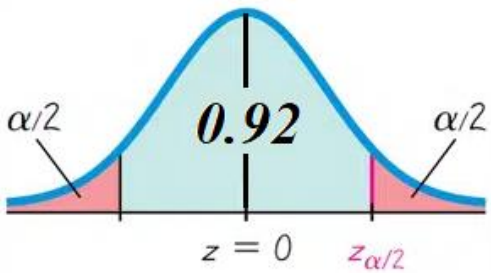
Hallamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0.651 \text{ días}$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(8.1 - 0.651,\ 8.1 - 0.651\right) = \left(7.449,\ 8,751\right)$$

b) Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 92%.



$$1-\alpha = 0.92 \rightarrow \alpha = 0.08 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.04 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.96 \rightarrow \left\{\begin{matrix} Miramos\ en\ la \\ tabla\ N(0,1) \end{matrix}\right\} \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.75$$

Utilizamos la fórmula del error para despejar *n*.

$$\left.\begin{matrix} Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ Error = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1 = 1.75 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 5.25 \Rightarrow n = 5.25^2 = 27.5625$$

El tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92% es de 28.