PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PAU
CURSO 2025–2026

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	
Convocatoria:	**JUNIO**

Pregunta 1 (2 puntos): OBLIGATORIA. Sentido estocástico

1. Una empresa de alquiler de patinetes eléctricos ha realizado un estudio que indica que la duración media de las baterías se encuentra entre 171 y 201 minutos, con una confianza del 98%. Además, de acuerdo con los datos técnicos del fabricante, la desviación típica de la duración de las baterías es de 42,7 minutos.

a) **(0,75 puntos)** Calcula el tamaño de la muestra utilizada.

b) **(0,75 puntos)** Para tener más información la empresa decide hacer un nuevo estudio. Para ello escoge una muestra de 50 patinetes, obteniendo una duración media de 190 minutos. Suponiendo que se mantiene la desviación típica dada por el fabricante, calcula el nuevo intervalo de confianza para la duración media de las baterías con una confianza del 95%.

c) **(0,5 puntos)** Si suponemos que la media poblacional coincide con el valor medio del apartado anterior, calcula la probabilidad de que la duración media de las baterías de una muestra de 50 patinetes supere las 3 horas.

Pregunta 2 (3 puntos): OBLIGATORIA. Sentido de la medida

2. Se ha medido el aprendizaje de vocabulario de una lengua extranjera que se obtiene con un nuevo método de enseñanza. El número de palabras aprendidas viene dado por la función V(t), donde t son las horas de ejercitación, y tiene la siguiente expresión:

$$V(t)=\begin{cases} 27t, & si \quad 0\le t<10 \\ 300\left(1-\dfrac{1}{t}\right) & si \quad t\ge 10 \end{cases}$$

a) **(1,25 puntos)** ¿Es continua esta función? ¿Y derivable? Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) **(0.5 puntos)** Dibuja la función.

c) **(0,75 puntos)** Si un estudiante se ejercita cinco horas semanales, ¿cuántas palabras nuevas aprende durante la cuarta semana? ¿Existe un máximo de palabras a retener con este nuevo método?

d) **(0.5 puntos)** ¿En qué momento supera las 280 palabras?

Pregunta 3 (2 puntos): ELEGIR UNA OPCIÓN ENTRE 3.1 Y 3.2. Sentido estocástico

3.1. Durante los primeros meses de 2026 las Islas Canarias registraron un número de días con lluvia superior a lo habitual, lo que dio lugar al desbordamiento del 40% de las presas y embalses situadas en los barrancos de las islas.

a) **(1 punto)** En la provincia de Santa Cruz de Tenerife hay registradas un total de 90 presas/embalses. Si el año que viene vuelve a llover como este año, ¿cuál es la probabilidad de que se desborden entre 30 y 40 presas/embalses?

b) **(1 punto)** Aparte de las presas/embalses, las islas cuentan con numerosos estanques de tamaño mediano donde se recoge agua para uso agrícola. En una muestra aleatoria de 200 estanques se encontró que 54 de ellos se habían llenado este año hasta su capacidad máxima. Estima la proporción de estanques que no alcanzaron su capacidad máxima este año utilizando un intervalo de confianza al 99%.

3.2. El Gobierno de Canarias a través del Bono Joven de Alquiler ofrece una ayuda de hasta 250€ al mes durante dos años para pagar el alquiler de la vivienda habitual, siempre que el precio no supere los 900€ en municipios del ámbito A (capitales de provincia y zonas tensionadas), los 750€ en municipios del ámbito B (ciudades medianas) y los 600€ en municipios del ámbito C (resto de municipios). En un estudio realizado por el Consejo de la Juventud de Canarias se ha encontrado que en la actualidad el 45% de los anuncios de alquiler ofrecen viviendas en el ámbito A, el 35% en el ámbito B y el resto en el ámbito C. Asimismo, de acuerdo con los precios ofertados, solo pueden acogerse al Bono Joven un 24% de los alquileres del ámbito A, un 46% de los del B y un 66% de los del C.

a) **(1 punto)** Se elige un anuncio al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que pueda acogerse a la ayuda del Bono Joven?

b) **(1 punto)** Sabiendo que un anuncio no permite acogerse al Bono Joven, ¿cuál es la probabilidad de que esté en un municipio del ámbito A?

Pregunta 4 (3 puntos): ELEGIR UNA OPCIÓN ENTRE 4.1 Y 4.2. Sentido numérico y algebraico

4.1 Una empresa informática fabrica placas base de tres categorías: Lite, Estándar y Gaming. El coste de producción por unidad de cada categoría es de 50, 80 y 110 euros respectivamente, con precios de venta al público (antes de impuestos) de 75, 120 y 190 euros. Un cliente ha realizado un pedido que incluye placas de las tres categorías, y en el que las placas Gaming representan una quinta parte del total. La empresa ha gastado un total de 12 350€ en la fabricación de este pedido. Por su parte, el cliente ha pagado 20 758 €, cantidad que incluye el precio de venta más el 7% de IGIC aplicado sobre dicho precio.

a) **(1,5 punto)** Plantea el sistema de ecuaciones para encontrar la composición del pedido.

b) **(1 punto)** ¿Cuántas placas de cada tipo incluye el pedido?

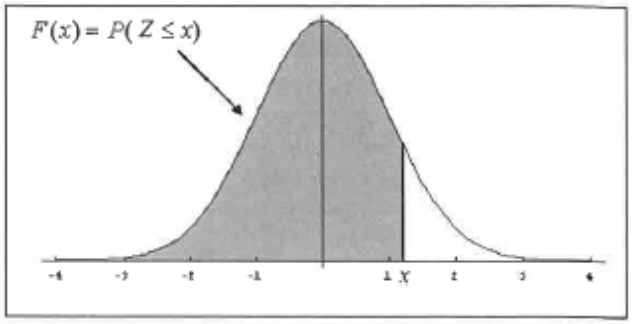
c) **(0,5 puntos)** La mano de obra supone un 70% del coste de fabricación de las placas. Del importe destinado a mano de obra, el 15 % se retiene e ingresa en Hacienda en concepto de IRPF de los trabajadores. Asimismo, el impuesto sobre sociedades asciende al 23 % del importe de los beneficios obtenidos en esta operación (precio de venta sin IGIC menos coste). Determina el importe total de los tributos asociados a esta operación (IGIC + IRPF retenido + Impuesto de Sociedades) y calcula qué porcentaje representa sobre la cantidad final pagada por el cliente.

4.2 Una empresa organiza excursiones nocturnas a las Cañadas del Teide para observar el cielo. Atendiendo a las condiciones de su flota de guaguas y al personal disponible, la empresa ofrece dos tipos de excursiones: el tipo A, con 75 plazas básicas (solo transporte) y 100 plazas "estrella" (con un guía especializado en astronomía), y el tipo B, también con 75 plazas básicas y solo 50 plazas estrella. El beneficio que reporta cada tipo de excursión es de 240€ para las del tipo A y de 180€ para las del tipo B. Para la campaña de verano se pueden ofertar, como mucho, un total de 3750 plazas básicas y 4000 plazas estrella. Asimismo, de acuerdo con la experiencia de otros años, el número de excursiones tipo A debe ser menor o igual que el doble de excursiones del tipo B. La empresa desea maximizar su beneficio.

a) **(1 punto)** Plantear el problema de programación lineal correspondiente.

b) **(1.5 puntos)** Representa la región factible y determina cuántas excursiones del tipo A y cuántas del tipo B deberían hacerse para obtener el beneficio máximo.

c) **(0.5 puntos)** Supongamos que finalmente se realizan 28 excursiones del tipo A y 14 del tipo B, y que con respecto a la previsión inicial el beneficio que reporta cada tipo de excursión se incrementa en un 10% para las del tipo A y en un 15% para las del tipo B. ¿Cuál es el beneficio final que obtiene la empresa en este caso?



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES

1. Una empresa de alquiler de patinetes eléctricos ha realizado un estudio que indica que la duración media de las baterías se encuentra entre 171 y 201 minutos, con una confianza del 98%. Además, de acuerdo con los datos técnicos del fabricante, la desviación típica de la duración de las baterías es de 42,7 minutos.

a) **(0,75 puntos)** Calcula el tamaño de la muestra utilizada.

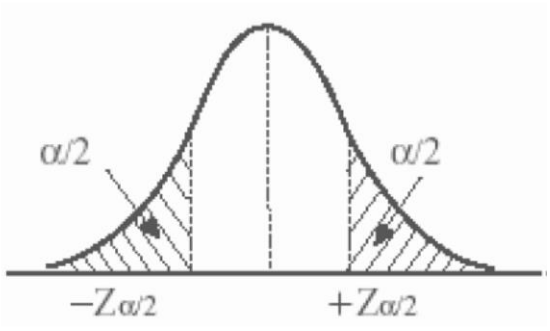
b) **(0,75 puntos)** Para tener más información la empresa decide hacer un nuevo estudio. Para ello escoge una muestra de 50 patinetes, obteniendo una duración media de 190 minutos. Suponiendo que se mantiene la desviación típica dada por el fabricante, calcula el nuevo intervalo de confianza para la duración media de las baterías con una confianza del 95%.

c) **(0,5 puntos)** Si suponemos que la media poblacional coincide con el valor medio del apartado anterior, calcula la probabilidad de que la duración media de las baterías de una muestra de 50 patinetes supere las 3 horas.

a) Llamamos X a la variable aleatoria que nos da la duración de las baterías en minutos. Nos dicen que $X = N(\mu, 42.7)$.

Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para una confianza del 98%.

$$1-\alpha = 0.98 \to \alpha = 0.02 \to \frac{\alpha}{2} = 0.01 \to 1-\frac{\alpha}{2} = 0.99 \to z_{\alpha/2} = \frac{2.32+2.33}{2} = 2.325$$



	0	0,01	0,02	0,03
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901

El error del intervalo de confianza es la mitad de su amplitud: $\frac{201-171}{2} = 15$ minutos.

Utilizamos la fórmula del error para obtener *n*.

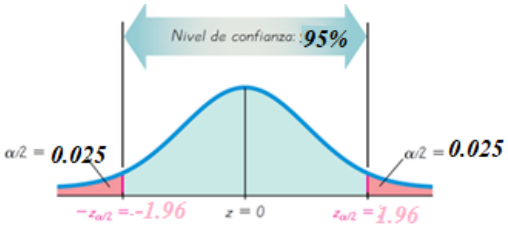
$$Error = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 15 = 2.325\frac{42.7}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.325\cdot 42.7}{15} \Rightarrow n = \left(\frac{2.325\cdot 42.7}{15}\right)^2 \simeq 43.8$$

El tamaño de la muestra es de 44 baterías.

b) El tamaño de la muestra es n = 50. La media muestral es $\bar{x} = 190$ minutos.

Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para una confianza del 95%.

$$1-\alpha=0.95\rightarrow\alpha=0.05\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025\rightarrow1-\frac{\alpha}{2}=0.975\rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750

Utilizamos la fórmula del error.

$$Error=z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\frac{42.7}{\sqrt{50}}\simeq11.836$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x}-Error,\bar{x}+Error\right)=\left(190-11.836,\,190+11.836\right)=\left(178.164,201.836\right)$$

c) Suponemos $X=N\left(190,42.7\right)$. Nos piden calcular $P\left(\overline{X_{50}}>180\right)$.

Si $X=N\left(190,42.7\right)$ entonces la distribución de muestras de tamaño 50 $\overline{X_{50}}$ tiene la misma media y su desviación típica es $\frac{42.7}{\sqrt{50}}$. $\overline{X_{50}}=N\left(190,\frac{42.7}{\sqrt{50}}\right)$.

$$P\left(\overline{X_{50}}>180\right)=\left\{\begin{matrix}Tipificamos\\ Z=\dfrac{\overline{X_{50}}-190}{42.7/\sqrt{50}}\end{matrix}\right\}=P\left(Z>\frac{180-190}{42.7/\sqrt{50}}\right)=P\left(Z>-1.66\right)=$$

$$=P\left(Z\leq1.66\right)=\left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la}\\ \text{tabla N(0, 1)}\end{matrix}\right\}=\boxed{0.9515}$$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454
7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764
8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051
9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554
1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770
2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962
3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131
4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279
5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406
6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515
7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608

2. Se ha medido el aprendizaje de vocabulario de una lengua extranjera que se obtiene con un nuevo método de enseñanza. El número de palabras aprendidas viene dado por la función V(t), donde t son las horas de ejercitación, y tiene la siguiente expresión:

$$V(t)=\begin{cases}27t, & si \quad 0\le t<10\\ 300\left(1-\dfrac{1}{t}\right) & si \quad t\ge 10\end{cases}$$

a) **(1,25 puntos)** ¿Es continua esta función? ¿Y derivable? Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) **(0.5 puntos)** Dibuja la función.
c) **(0,75 puntos)** Si un estudiante se ejercita cinco horas semanales, ¿cuántas palabras nuevas aprende durante la cuarta semana? ¿Existe un máximo de palabras a retener con este nuevo método?
d) **(0.5 puntos)** ¿En qué momento supera las 280 palabras?

a) La función en el intervalo $[0,10)$ es una función polinómica que es continua.

La función en el intervalo (10, +∞) es una función racional pero no se anula en el intervalo de definición, pues $t=0\notin(10,+\infty)$.

La función es continua en $[0,10)\cup(10,+\infty)$. Estudiamos la continuidad en *t = 10*.

$$\left.\begin{array}{l}V(10)=300\left(1-\dfrac{1}{10}\right)=270\\ \lim\limits_{t\to 10^-}V(t)=\lim\limits_{t\to 10^-}27t=270\\ \lim\limits_{t\to 10^+}V(t)=\lim\limits_{t\to 10^+}300\left(1-\dfrac{1}{t}\right)=270\end{array}\right\}\Rightarrow V(10)=\lim_{t\to 10^-}V(t)=\lim_{t\to 10^+}V(t)=270$$

La función es continua en *t = 10* y por tanto, es continua en todo su dominio $[0,+\infty)$.

La función en $[0,10)\cup(10,+\infty)$ es derivable, siendo su derivada:

$$V'(t)=\begin{cases}27 & 0\le t<10\\ 300\left(0+\dfrac{1}{t^2}\right)=\dfrac{300}{t^2} & t>10\end{cases}$$

Comprobamos si es derivable en $t=10$.

$$\left.\begin{array}{l}V'(10^-)=\lim\limits_{x\to 10^-}V'(t)=\lim\limits_{x\to 10^-}27=27\\ V'(10^+)=\lim\limits_{x\to 10^+}V'(t)=\lim\limits_{x\to 10^+}\dfrac{300}{t^2}=\dfrac{300}{100}=3\end{array}\right\}\Rightarrow V'(10^-)=27\neq 3=V'(10^+)$$

La función no es derivable en $t=10$. La función es derivable en $[0,10)\cup(10,+\infty)$.

La derivada de la función es $V'(t)=\begin{cases}27 & 0\le t<10\\ \dfrac{300}{t^2} & t>10\end{cases}$. Esta expresión siempre es positiva, por lo que la función siempre es creciente.

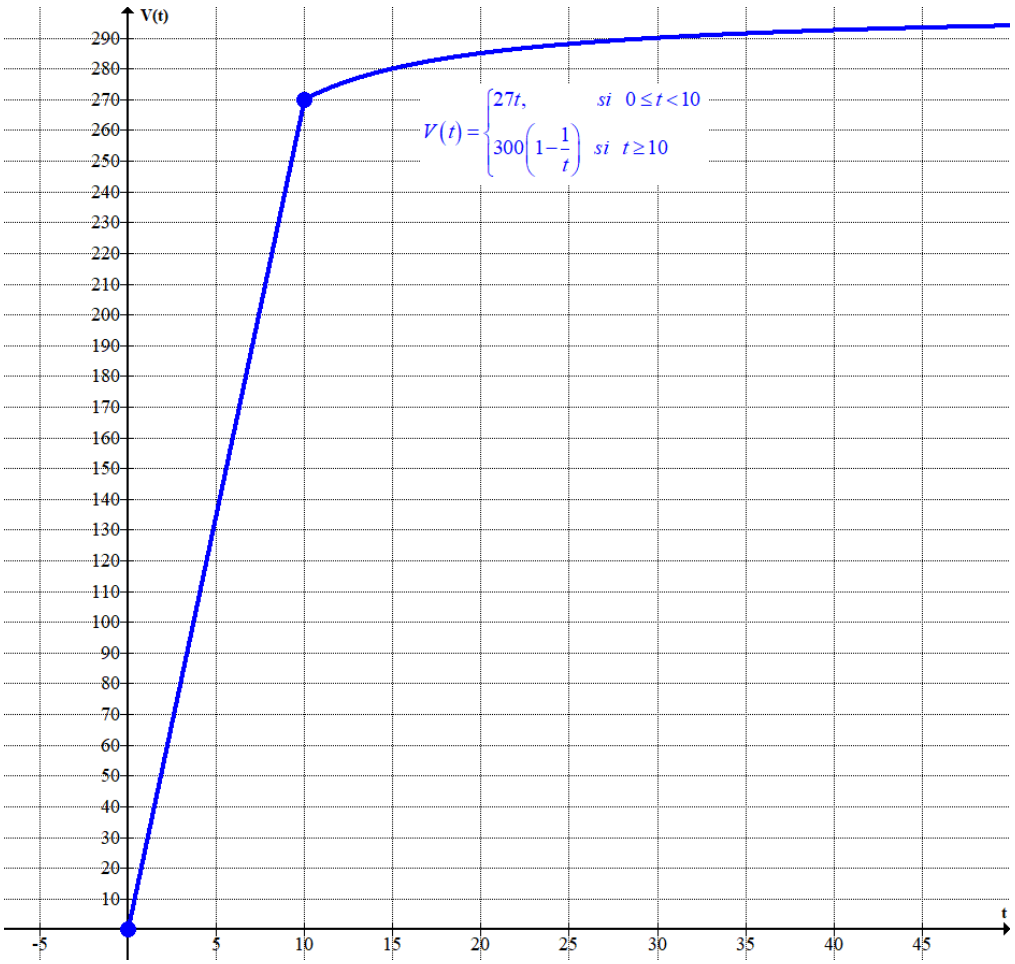
b) Realizamos una tabla de valores y representamos la función.

$0 \le t < 10$

t	$V(t) = 27t$
0	0
5	135
9	243

$t \ge 10$

t	$V(t) = 300\left(1 - \frac{1}{t}\right)$
10	270
20	285
30	290



c) Durante las tres primeras semanas se ha ejercitado 3 · 5 = 15 horas, por lo que ha aprendido $300\left(1 - \frac{1}{15}\right) = 280$ palabras. Al acabar la cuarta semana se habrá ejercitado 4 · 5 = 20 horas, por lo que habrá aprendido $300\left(1 - \frac{1}{20}\right) = 285$ palabras. Durante la cuarta semana ha aprendido la diferencia entre estos dos valores: 285 – 280 = 5 palabras.

Se observa en la gráfica que la función al principio crece muy rápido (con el aumento de horas de ejercitación de 0 a 10 el número de palabras aprendidas aumenta rápido), pero a partir de 10 horas el aumento de palabras es muy lento. Calculamos el límite de V(t) cuando t tiende a $+\infty$ para obtener ese número máximo de palabras que se pueden aprender.

$$\lim_{t \to +\infty} V(t) = \lim_{t \to +\infty} 300\left(1 - \frac{1}{t}\right) = 300\left(1 - \frac{1}{+\infty}\right) = 300(1 - 0) = 300$$

El máximo de palabras que se puede retener con este nuevo método es de 300 palabras.

d) De 0 a 10 la función crece alcanzando como valor más alto 270. A partir de $t = 10$ sigue creciendo la función. Averiguamos cuando se alcanzan los 280.

$$V(t)=280 \Rightarrow 300\left(1-\frac{1}{t}\right)=280 \Rightarrow 300-\frac{300}{t}=280 \Rightarrow 20=\frac{300}{t} \Rightarrow \boxed{t=\frac{300}{20}=15}$$

Con 15 horas de ejercitación se aprenden 280 palabras nuevas.

3.1. Durante los primeros meses de 2026 las Islas Canarias registraron un número de días con lluvia superior a lo habitual, lo que dio lugar al desbordamiento del 40% de las presas y embalses situadas en los barrancos de las islas.

a) **(1 punto)** En la provincia de Santa Cruz de Tenerife hay registradas un total de 90 presas/embalses. Si el año que viene vuelve a llover como este año, ¿cuál es la probabilidad de que se desborden entre 30 y 40 presas/embalses?

b) **(1 punto)** Aparte de las presas/embalses, las islas cuentan con numerosos estanques de tamaño mediano donde se recoge agua para uso agrícola. En una muestra aleatoria de 200 estanques se encontró que 54 de ellos se habían llenado este año hasta su capacidad máxima. Estima la proporción de estanques que no alcanzaron su capacidad máxima este año utilizando un intervalo de confianza al 99%.

a) Consideramos la variable aleatoria X = Número de desbordamientos de presas y embalses. Esta variable es una binomial donde n = número de repeticiones = 90 presas/embalses y p = probabilidad de desbordamiento = 0.40. $X = B(90, 0.4)$.

Nos piden calcular $P(30 \le X \le 40)$.

Como el número de repeticiones es muy alto para el cálculo de la probabilidad pedida usamos una aproximación a una variable Y normal con media $np = 90 \cdot 0.4 = 36$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{90 \cdot 0.4 \cdot 0.6} = \frac{6\sqrt{15}}{5} \simeq 4.6476$. $Y = N\left(36, \frac{6\sqrt{15}}{5}\right)$. Esta aproximación es buena pues $np = 36 > 5$ y $nq = 90 \cdot 0.6 = 54 > 5$.

$$P(30 \le X \le 40) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(29.5 < Y < 40.5) =$$

$$= \left\{\begin{matrix} Tipificamos \\ Z = \frac{Y - 36}{6\sqrt{15}/5} \end{matrix}\right\} = P\left(\frac{29.5 - 36}{6\sqrt{15}/5} < Z < \frac{40.5 - 36}{6\sqrt{15}/5}\right) = P(-1.4 < Z < 0.97) =$$

$$= P(Z < 0.97) - P(Z < -1.4) = P(Z < 0.97) - P(Z > 1.4) =$$

$$== P(Z < 0.97) - \left[1 - P(Z < 1.4)\right] = \left\{\begin{matrix} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0,1)} \end{matrix}\right\} = 0.834 - 1 + 0.9192 = \boxed{0.7532}$$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418

b) Tamaño de la muestra = n = 200. La proporción de embalses que no alcanzaron su capacidad máxima = $\frac{200-54}{200}=0.73$.

Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para una confianza del 99%.

$$1-\alpha=0.99\rightarrow\alpha=0.01\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.005\rightarrow1-\frac{\alpha}{2}=0.995\rightarrow z_{\alpha/2}=2.575$$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951

Utilizamos la fórmula del error.

$$Error=z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}=2.575\sqrt{\frac{0.73\cdot0.27}{200}}\simeq0.081$$

El intervalo de confianza es

$$\left(p-Error,\,p+Error\right)=\left(0.73-0.081,\;0.73+0.081\right)=\left(0.649,0.811\right)$$

La proporción de estanques que no alcanzaron su capacidad máxima este año está entre el 64.9% y el 81.1%, con un nivel de confianza del 99%.

3.2. El Gobierno de Canarias a través del Bono Joven de Alquiler ofrece una ayuda de hasta 250€ al mes durante dos años para pagar el alquiler de la vivienda habitual, siempre que el precio no supere los 900€ en municipios del ámbito A (capitales de provincia y zonas tensionadas), los 750€ en municipios del ámbito B (ciudades medianas) y los 600€ en municipios del ámbito C (resto de municipios). En un estudio realizado por el Consejo de la Juventud de Canarias se ha encontrado que en la actualidad el 45% de los anuncios de alquiler ofrecen viviendas en el ámbito A, el 35% en el ámbito B y el resto en el ámbito C. Asimismo, de acuerdo con los precios ofertados, solo pueden acogerse al Bono Joven un 24% de los alquileres del ámbito A, un 46% de los del B y un 66% de los del C.

a) **(1 punto)** Se elige un anuncio al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que pueda acogerse a la ayuda del Bono Joven?

b) **(1 punto)** Sabiendo que un anuncio no permite acogerse al Bono Joven, ¿cuál es la probabilidad de que esté en un municipio del ámbito A?

Llamamos A, B y C al suceso la vivienda en alquiler pertenece al ámbito A, B o C, respectivamente y D a recibir la ayuda del Bono Joven.

Nos dicen que $P(A)=0.45$, $P(B)=0.35$, $P(C)=1-0.45-0.35=0.2$, $P(D/A)=0.24$, $P(D/B)=0.46$ y $P(D/C)=0.66$.

a) Debemos calcular $P(D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D)=P(A)P(D/A)+P(B)P(D/B)+P(C)P(D/C)=$$

$$=0.45\cdot 0.24+0.35\cdot 0.46+0.2\cdot 0.66=\boxed{0.401}$$

b) Debemos calcular $P(A/\overline{D})$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/\overline{D})=\frac{P(A\cap\overline{D})}{P(\overline{D})}=\frac{P(A)P(\overline{D}/A)}{1-P(D)}=\frac{P(A)\left[1-P(D/A)\right]}{1-P(D)}=$$

$$=\frac{0.45\cdot[1-0.24]}{1-0.401}=\boxed{\frac{342}{599}\simeq 0.571}$$

4.1 Una empresa informática fabrica placas base de tres categorías: Lite, Estándar y Gaming. El coste de producción por unidad de cada categoría es de 50, 80 y 110 euros respectivamente, con precios de venta al público (antes de impuestos) de 75, 120 y 190 euros. Un cliente ha realizado un pedido que incluye placas de las tres categorías, y en el que las placas Gaming representan una quinta parte del total. La empresa ha gastado un total de 12 350€ en la fabricación de este pedido. Por su parte, el cliente ha pagado 20 758 €, cantidad que incluye el precio de venta más el 7% de IGIC aplicado sobre dicho precio.

a) **(1,5 punto)** Plantea el sistema de ecuaciones para encontrar la composición del pedido.

b) **(1 punto)** ¿Cuántas placas de cada tipo incluye el pedido?

c) **(0,5 puntos)** La mano de obra supone un 70% del coste de fabricación de las placas. Del importe destinado a mano de obra, el 15 % se retiene e ingresa en Hacienda en concepto de IRPF de los trabajadores. Asimismo, el impuesto sobre sociedades asciende al 23 % del importe de los beneficios obtenidos en esta operación (precio de venta sin IGIC menos coste). Determina el importe total de los tributos asociados a esta operación (IGIC + IRPF retenido + Impuesto de Sociedades) y calcula qué porcentaje representa sobre la cantidad final pagada por el cliente.

a) Llamamos "x" al número de placas Lite del pedido, "y" al número de placas Estándar y "z" al número de placas Gaming.

La empresa ha gastado un total de 12 350€ en la fabricación de este pedido → $50x+80y+110z=12350$

El cliente ha pagado 20 758 €, cantidad que incluye el precio de venta más el 7% de IGIC aplicado sobre dicho precio → $1.07\left(75x+120y+190z\right)=20758$.

Las placas Gaming representan una quinta parte del total → $z=\frac{1}{5}\left(x+y+z\right)$.

Reunimos estas ecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l}50x+80y+110z=12350\\1.07\left(75x+120y+190z\right)=20758\\z=\frac{1}{5}\left(x+y+z\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}5x+8y+11z=1235\\75x+120y+190z=\frac{20758}{1.07}=19400\\5z=x+y+z\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}5x+8y+11z=1235\\\Rightarrow 15x+24y+38z=3880\\x+y-4z=0\end{array}\right\}$$

b) Resolvemos el sistema planteado.

$$\left.\begin{array}{l}5x+8y+11z=1235\\15x+24y+38z=3880\\x+y-4z=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{llll}\text{Ecuación } 2^{\text{a}} & -\ 3\cdot\text{Ecuación } 1^{\text{a}} & & \\ 15x & +24y & +38z & =3880\\ -15x & -24y & -33z & =-3705\\ \hline & & 5z & =175\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}5x+8y+11z=1235\\\Rightarrow 5z=175\rightarrow\boxed{z=\frac{175}{5}=35}\\x+y-4z=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}5x+8y+11\cdot 35=1235\\x+y-4\cdot 35=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}5x+8y=850\\x+y=140\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 5x+8y=850 \\ x=140-y \end{matrix}\right\} \Rightarrow 5(140-y)+8y=850 \Rightarrow 700-5y+8y=850 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y=150 \Rightarrow \boxed{y=50} \Rightarrow \boxed{x=140-50=90}$$

En el pedido se incluyen 90 placas Lite, 50 Estándar y 35 Gaming.

c) La mano de obra supone un 70% del coste de fabricación de las placas → $0.70 \cdot 12350 = 8645$ € gasta la empresa en mano de obra.
El 15 % del coste de la mano de obra se retiene e ingresa en Hacienda en concepto de IRPF de los trabajadores → $0.15 \cdot 8645 = 1296.75$ euros en IRPF.
El precio de venta con IGIC del 7% es de 20758 €. El precio de venta sin IGIC es $\frac{20758}{1.07} = 19400$ euros.
Los beneficios obtenidos en esta operación (precio de venta sin IGIC menos coste) son 19400 – 12350 = 7050 €.
El impuesto sobre sociedades asciende al 23 % del importe de los beneficios obtenidos → $0.23 \cdot 7050 = 1621.5$ €.
El IGIC que se ha pagado vale 20758 – 19400 = 1358 €.

Resumiendo: Se han pagado 1296.75 € de IRPF, 1358 € de IGIC y 1621.5 € de impuesto de sociedades. Esto supone un total de 1296.75 + 1358 + 1621.5 = 4276.25 €.
El cliente pagó 20758 € y los impuestos tienen un importe de 4276.25 €. Los impuestos suponen un $\frac{4276.25}{20758} \simeq 0.206 = 20.6\%$ de lo que ha pagado el cliente.

4.2 Una empresa organiza excursiones nocturnas a las Cañadas del Teide para observar el cielo. Atendiendo a las condiciones de su flota de guaguas y al personal disponible, la empresa ofrece dos tipos de excursiones: el tipo A, con 75 plazas básicas (solo transporte) y 100 plazas "estrella" (con un guía especializado en astronomía), y el tipo B, también con 75 plazas básicas y solo 50 plazas estrella. El beneficio que reporta cada tipo de excursión es de 240€ para las del tipo A y de 180€ para las del tipo B. Para la campaña de verano se pueden ofertar, como mucho, un total de 3750 plazas básicas y 4000 plazas estrella. Asimismo, de acuerdo con la experiencia de otros años, el número de excursiones tipo A debe ser menor o igual que el doble de excursiones del tipo B. La empresa desea maximizar su beneficio.

a) **(1 punto)** Plantear el problema de programación lineal correspondiente.

b) **(1.5 puntos)** Representa la región factible y determina cuántas excursiones del tipo A y cuántas del tipo B deberían hacerse para obtener el beneficio máximo.

c) **(0.5 puntos)** Supongamos que finalmente se realizan 28 excursiones del tipo A y 14 del tipo B, y que con respecto a la previsión inicial el beneficio que reporta cada tipo de excursión se incrementa en un 10% para las del tipo A y en un 15% para las del tipo B. ¿Cuál es el beneficio final que obtiene la empresa en este caso?

a) Llamamos x = número de excursiones tipo A e y = número de excursiones tipo B.
Hacemos una tabla para organizar los datos.

	Plazas básicas	Plazas estrella	Beneficio
Nº excursiones A (x)	75x	100x	240x
Nº excursiones B (y)	75y	50y	180y
	$75x+75y$	$100x+50y$	$240x+180y$

La función que deseamos maximizar son los beneficios $B(x,y)=240x+180y$ sometidos a las restricciones siguientes.

Para la campaña de verano se pueden ofertar, como mucho, un total de 3750 plazas básicas y 4000 plazas estrella → $75x+75y\le 3750;\ 100x+50y\le 4000$

El número de excursiones tipo A debe ser menor o igual que el doble de excursiones del tipo B → $x\le 2y$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ \ y\ge 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}75x+75y\le 3750\\100x+50y\le 4000\\x\le 2y\\x\ge 0;\ \ y\ge 0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+y\le 50\\2x+y\le 80\\x\le 2y\\x\ge 0;\ \ y\ge 0\end{array}\right\}$$

b) Representamos las rectas que delimitan la región factible. Para ello obtengo una tabla de valores para cada recta asociada a cada inecuación.

$x+y=50$

x	$y=50-x$
0	50
30	20
50	0

$2x+y=80$

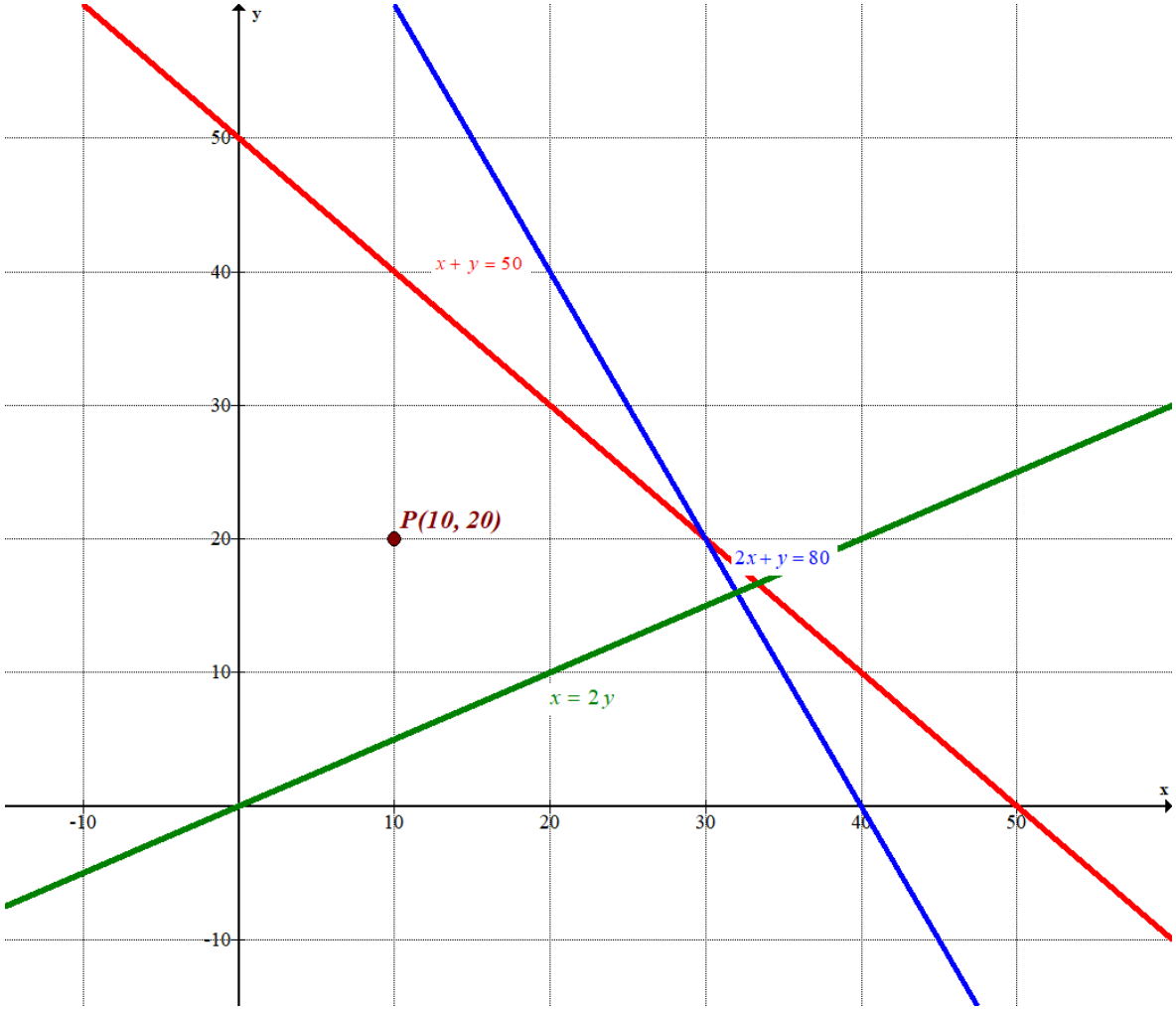
x	$y=80-2x$
20	40
32	16
30	20

$x=2y$

x	$y=\frac{x}{2}$
0	0
32	16
40	20

$x\ge 0;\ \ y\ge 0$

Primer cuadrante

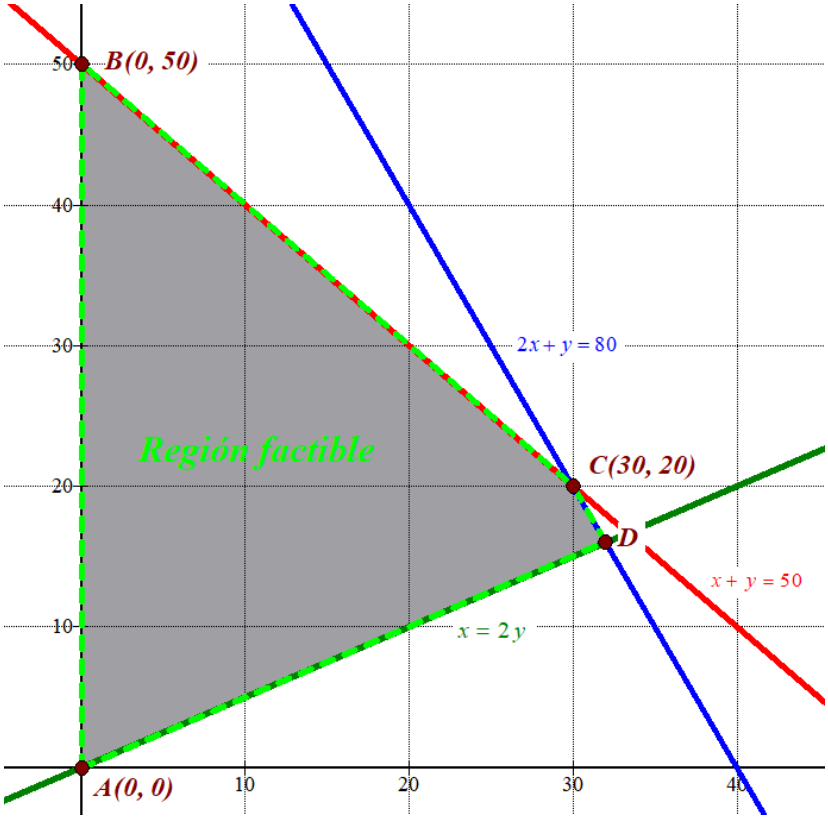


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+y\le 50 \\ 2x+y\le 80 \\ x\le 2y \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por debajo de las rectas azul y roja y por encima de la recta verde.

Comprobamos que el punto P(10, 20) perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 10+20\le 50 \\ 2\cdot 10+20\le 80 \\ 10\le 2\cdot 20 \\ 10\ge 0;\ \ 20\ge 0 \end{array}\right\}$$ ¡Se cumplen todas!

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Determinamos las coordenadas del vértice D.

$$\left.\begin{matrix} 2x+y=80 \\ x=2y \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2\cdot 2y+y=80 \Rightarrow 5y=80 \Rightarrow y=16 \Rightarrow x=2\cdot 16=32 \Rightarrow \boxed{D(32,16)}$$

Valoramos la función beneficio $B(x,y)=240x+180y$ en cada vértice en busca del máximo.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$
B(0, 50) → $B(0,50)=240\cdot 0+180\cdot 50=9000$
C(30, 20) → $B(30,20)=240\cdot 30+180\cdot 20=10800$ *Máximo*
D(32, 16) → $B(32,16)=240\cdot 32+180\cdot 16=10560$

El beneficio máximo es de 10 800 € y se consigue en el vértice C(30, 20), que significa que deben hacerse 30 excursiones tipo A y 20 tipo B para conseguir un beneficio máximo de 10800 euros.

c) Si aumentan un 10% el beneficio de la excursión de tipo A el nuevo beneficio es de 1.1 · 240 = 264 euros. Si aumentan un 15% el beneficio de cada excursión de tipo B el nuevo beneficio es de 1.15 · 180 = 207 euros.
Con 28 excursiones del tipo A y 14 del tipo B se obtiene un beneficio de

$$B(28,14)=264\cdot 28+207\cdot 14=10290$$

El beneficio es de 10290 euros.