PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PAU
CURSO 2026–2027

MATERIA: Matemáticas Aplicadas a las CCSS	
Convocatoria:	Ejemplo

Pregunta 1 (2 puntos): OBLIGATORIA. Sentido estocástico

1. Después de una campaña de vacunación contra la gripe, las autoridades de una región afirman que el 55% de su población de riesgo está inmunizada.

a) (1 punto) Si se toman al azar 8 habitantes de esa población de riesgo, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 7 no estén inmunizados contra la gripe?

b) (1 punto) Si se toman al azar 80 habitantes de esa población de riesgo, ¿cuál es la probabilidad de que el número de inmunizados contra la gripe sea mayor que 48?

Pregunta 2 (3 puntos): OBLIGATORIA. Sentido de la medida

2. Una empresa informática ha lanzado una nueva aplicación de mensajería móvil. Se observa que, de todos los usuarios de telefonía móvil registrados, el porcentaje de los que descargan esta aplicación evoluciona de acuerdo a la siguiente función:

$$P(t)=\begin{cases}-\dfrac{6}{10}t^2+12t, & 0\le t\le 15\\ \dfrac{8t-75}{t-14} & t>15\end{cases}$$

siendo t el tiempo (en meses) desde que se lanzó la aplicación.

a) (0.5 ptos) ¿Es continua esta función?

b) (1.5 ptos) Indicar, usando derivadas, cuándo la función es creciente o decreciente. ¿En qué momento se observa el porcentaje máximo de descargas? ¿Cuánto vale dicho porcentaje? Representa gráficamente la función.

c) (0,5 puntos) Se desea estudiar cómo evolucionan las descargas de la aplicación en un barrio de la ciudad cuya forma está delimitada por la recta $y=0$ y la parábola $y=-x^2+6x-5$ (unidades en km). Calcula el área del barrio (en km²) usando integración.

d) (0,5 puntos) Suponiendo que la densidad de usuarios de telefonía móvil en la zona es de 5000 usuarios por km², determina el número total de usuarios de telefonía móvil en el barrio. ¿Cuántos usuarios de ese barrio se descargarán la aplicación a los 10 meses desde su lanzamiento?

Pregunta 3 (2 puntos): ELEGIR UNA OPCIÓN ENTRE 3.1 Y 3.2. Sentido estocástico

3.1. Una empresa informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de esos casos, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de esos casos, mientras que el bufete C recibe el resto de los casos legales, de los cuales gana el 70%. Se elige al azar uno de los casos legales de la empresa presentados en los tribunales.

a) (0.5 ptos) Representar el árbol de probabilidades.

b) (0.75 ptos) Calcular la probabilidad de que la empresa gane el caso

c) (0.75 ptos) Si el caso elegido se pierde en los tribunales, calcular la probabilidad de que se haya hecho cargo el bufete C.

3.2. En cierta comunidad, el gasto realizado por cada persona en las rebajas se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 45 euros.

a) (1 pto) Se toma una muestra aleatoria simple de individuos y se obtiene el intervalo de confianza [251,6;271,2] para μ, con un nivel de confianza del 95%. Calcular la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) (1 pto) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 64 para estimar μ. Calcular el error máximo cometido por esa estimación con un nivel de confianza del 90%.

Pregunta 4 (3 puntos): ELEGIR UNA OPCIÓN ENTRE 4.1 Y 4.2. Sentido numérico y algebraico

4.1 Canarias experimenta un aumento de los turistas que visitan las islas por lo que, para maximizar sus beneficios, una empresa quiere ampliar su flota de vehículos de alquiler. La empresa tiene previsto adquirir un máximo de 150 vehículos. Además, la experiencia indica que debe comprar un mínimo de 20 vehículos de gama alta y, como máximo, 120 de gama media. Asimismo, los vehículos de gama media deben ser, al menos, el doble que los de gama alta.
Si se espera obtener un beneficio anual de 2000€ por cada vehículo de gama media y 3000€ por cada uno de gama alta:

a) (0,75 puntos) Formular el correspondiente problema de programación lineal.

b) (1.5 puntos) ¿Cuántos vehículos de cada tipo deben adquirir para maximizar sus beneficios? ¿Cuál será el beneficio máximo?

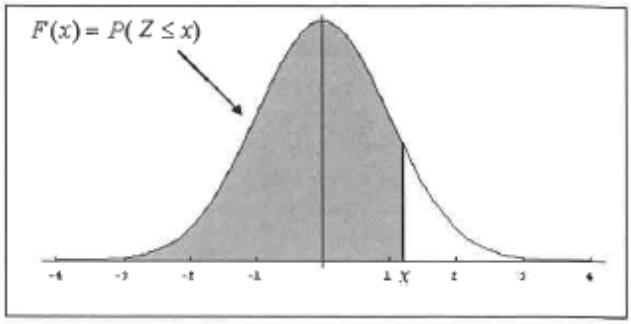
c) (0.75 puntos) Debido a los requisitos de limitación de emisiones contaminantes, la empresa finalmente decide adquirir 35 vehículos de gama alta y 110 de gama media, lo que le permite acogerse a una subvención de 150€ adicionales de beneficio por cada coche de gama media. ¿Cumple esta elección los requisitos del problema? ¿Compensa la subvención los beneficios que dejan de generarse por no elegir la solución óptima del apartado b?

4.2 Ciento diez alumnos que superaron la EBAU el año anterior se han matriculado en el presente curso en carreras universitarias de ciencias, ciencias sociales e ingenierías. Por cada seis alumnos que se han matriculado en ciencias sociales, hay dos que se han matriculado en ingenierías; y los que lo han hecho en ciencias sociales superan en diez a los que se han matriculado en ciencias más los que han optado por ingenierías.

a) (1,5 puntos) Formular el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) (1 punto) Determinar el número de estudiantes matriculados en ciencias, ciencias sociales e ingenierías.

c) (0,5 puntos) El coste de la matrícula anual para alumnos de nuevo ingreso es de 1100€ para ciencias sociales y 1400€ para ciencias e ingenierías. Para los alumnos repetidores el coste de matrícula se incrementa en un 15%. Si a los 110 alumnos anteriores se les añaden 25 repetidores, de los cuales 6 son de ciencias sociales, ¿cuál será el importe total de las matrículas abonadas por los 135 alumnos?



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES

Probabilidad y Estadística 40%	Álgebra 30 %	Análisis 30%

Pregunta 1. (Obligatoria - 2 puntos) Probabilidad y Estadística.
Pregunta 2. (Obligatoria – 3 puntos) Análisis.
Pregunta 3. (Con optatividad – 2 puntos) Probabilidad y Estadística.
Pregunta 4. (Con optatividad – 3 puntos) Álgebra.

1. Después de una campaña de vacunación contra la gripe, las autoridades de una región afirman que el 55% de su población de riesgo está inmunizada.
a) (1 punto) Si se toman al azar 8 habitantes de esa población de riesgo, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 7 no estén inmunizados contra la gripe?
b) (1 punto) Si se toman al azar 80 habitantes de esa población de riesgo, ¿cuál es la probabilidad de que el número de inmunizados contra la gripe sea mayor que 48?

a) Llamamos X a la variable aleatoria que nos da el número de personas no inmunizadas de un grupo de 8 personas vacunadas. Esta es una variable binomial de parámetros n = 8 y p = 1 – 0.55 = 0.45. X = B(8, 0.45)
Nos piden calcular $P(X \le 7)$. Utilizamos el suceso contrario.

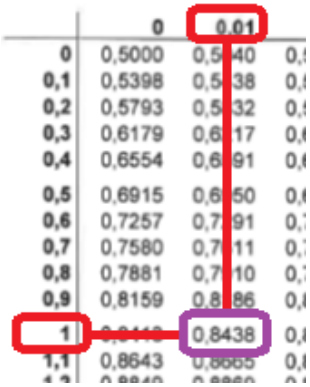
$$P(X \le 7) = 1 - P(X = 8) = 1 - \binom{8}{8} 0.45^8 \cdot 0.55^0 = \boxed{0.9983}$$

La probabilidad de que a lo sumo 7 no estén inmunizados contra la gripe es de 0.9983.

b) Consideramos una nueva variable aleatoria Y que nos da el número de inmunizados contra la gripe de un grupo de 80 personas vacunadas. Esta variable es una binomial de parámetros n = 80 y p = 0.55. Y = B(80, 0.55)
Nos piden calcular $P(Y > 48)$.
Como el número de repeticiones del experimento es muy grande $n > 30$ y además $n \cdot p = 80 \cdot 0.55 = 44 > 5$; $n \cdot q = 80 \cdot 0.45 = 36 > 5$ podemos aproximar esta variable por una normal Y´ de media $n \cdot p = 44$ y desviación típica $\sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{80 \cdot 0.55 \cdot 0.45} \simeq 4.45$.
$Y' = N(44, 4.45)$.
Calculamos la probabilidad pedida usando la aproximación a una normal.

$$P(Y > 48) = \left\{\begin{matrix}\text{Corrección} \\ \text{de Yates}\end{matrix}\right\} = P(Y' > 48.5) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{48.5 - 44}{4.45}\right) =$$

$$= P(Z > 1.01) = 1 - P(Z \le 1.01) = \left\{\begin{matrix}\text{Buscamos en} \\ \text{la tabla N(0,1)}\end{matrix}\right\} = 1 - 0.8438 = \boxed{0.1562}$$



	0	0,01	
0	0,5000	0,5040	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5
0,3	0,6179	0,6217	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6
0,6	0,7257	0,7291	0,7
0,7	0,7580	0,7611	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7
0,9	0,8159	0,8186	0,8
1	[illegible]	0,8438	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8

La probabilidad de que el número de inmunizados contra la gripe sea mayor que 48 es de 0.1562 .

2. Una empresa informática ha lanzado una nueva aplicación de mensajería móvil. Se observa que, de todos los usuarios de telefonía móvil registrados, el porcentaje de los que descargan esta aplicación evoluciona de acuerdo a la siguiente función:

$$P(t)=\begin{cases}-\dfrac{6}{10}t^2+12t, & 0\le t\le 15\\ \dfrac{8t-75}{t-14} & t>15\end{cases}$$

siendo *t* el tiempo (en meses) desde que se lanzó la aplicación.

a) (0.5 ptos) ¿Es continua esta función?

b) (1.5 ptos) Indicar, usando derivadas, cuándo la función es creciente o decreciente. ¿En qué momento se observa el porcentaje máximo de descargas? ¿Cuánto vale dicho porcentaje? Representa gráficamente la función.

c) (0,5 puntos) Se desea estudiar cómo evolucionan las descargas de la aplicación en un barrio de la ciudad cuya forma está delimitada por la recta $y=0$ y la parábola $y=-x^2+6x-5$ (unidades en km). Calcula el área del barrio (en km²) usando integración.

d) (0,5 puntos) Suponiendo que la densidad de usuarios de telefonía móvil en la zona es de 5000 usuarios por km², determina el número total de usuarios de telefonía móvil en el barrio. ¿Cuántos usuarios de ese barrio se descargarán la aplicación a los 10 meses desde su lanzamiento?

i) La función en el intervalo $[0,15)$ es una función polinómica que es continua.

La función en el intervalo (15, +∞) es una función racional pero no se anula en el intervalo.

$$t-4=0\Rightarrow t=4\notin(15,+\infty)$$

La función es continua en $[0,15)\cup(15,+\infty)$. Estudiamos la continuidad en *t = 15*.

$$\left.\begin{aligned}&P(15)=-\frac{6}{10}15^2+12\cdot 15=45\\ &\lim_{t\to 15^-}P(t)=\lim_{t\to 15^-}-\frac{6}{10}t^2+12t=45\\ &\lim_{t\to 15^+}P(t)=\lim_{t\to 15^+}\frac{8t-75}{t-14}=\frac{8\cdot 15-75}{15-14}=45\end{aligned}\right\}\Rightarrow P(15)=\lim_{t\to 15^-}P(t)=\lim_{t\to 15^+}P(t)=45$$

La función es continua en *t = 15* y por tanto, es continua en todo su dominio $[0,+\infty)$.

ii) La función en $[0,15)\cup(15,+\infty)$ es derivable.

La derivada de la función en $[0,15)\cup(15,+\infty)$ tiene la expresión:

$$P'(t)=\begin{cases}-\dfrac{12}{10}t+12=\dfrac{-6}{5}t+12 & 0\le t<15\\ \dfrac{8\cdot(t-14)-1\cdot(8t-75)}{(t-14)^2}=\dfrac{8t-112-8t+75}{(t-14)^2}=\dfrac{-37}{(t-14)^2} & t>15\end{cases}$$

Buscamos los puntos críticos de la función *P(t)*.

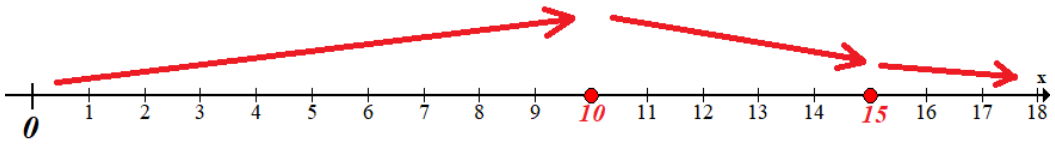
$$P'(t)=\begin{cases}\dfrac{-6}{5}t+12 & 0\le t<15\\ \dfrac{-37}{(t-14)^2} & t>15\end{cases}\Rightarrow P'(t)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{-6}{5}t+12=0\rightarrow -6t+60=0\rightarrow t=10\in[0,15)\\ \dfrac{-37}{(t-14)^2}=0\rightarrow \text{¡Im } posible!\end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de 10 y 15.

- En el intervalo $[0,10)$ tomamos $t = 5$ y la derivada vale $P'(5)=\dfrac{-6}{5}\cdot 5+12=6>0$. La función crece en $[0,10)$.
- En el intervalo $(10,15)$ tomamos $t = 12$ y la derivada vale $P'(12)=\dfrac{-6}{5}\cdot 12+12=-2.4<0$. La función decrece en $(10,15)$.
- En el intervalo (15, +∞) tomamos $t = 20$ y la derivada vale $P'(20)=\dfrac{-37}{(20-14)^2}=\dfrac{-37}{36}<0$. La función decrece en (15, +∞).

La función sigue el esquema siguiente.

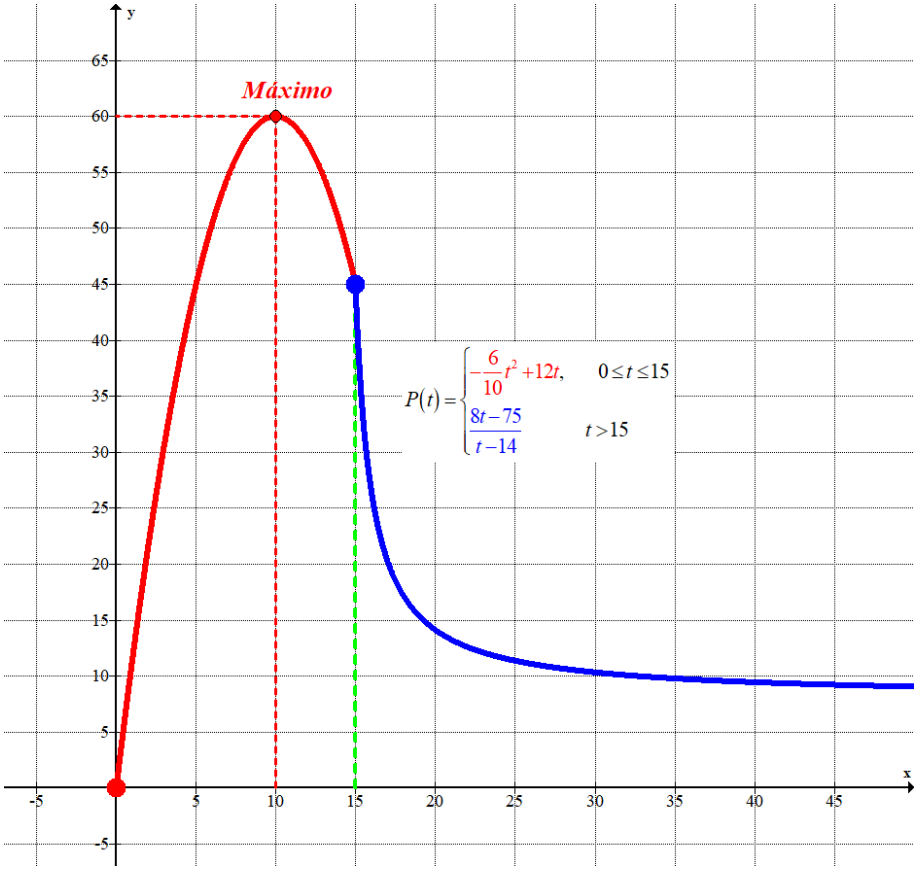


Como la función es continua podemos afirmar que la función crece durante los diez primeros meses y decrece a partir del décimo mes.
La función presenta un máximo relativo que también es absoluto en $t=10$. Siendo $P(10)=-\dfrac{6}{10}\cdot 10^2+12\cdot 10=60$ el porcentaje máximo de descargas es del 60 % y se alcanza a los 10 meses de lanzada la aplicación.

Realizamos una tabla de valores y representamos la función.

t	$P(t)=-\dfrac{6}{10}t^2+12t$
0	0
5	45
15	45

t	$P(t)=\dfrac{8t-75}{t-14}$
15	45
24	11.7
34	9.85



c) Hallamos los puntos de corte de la recta $y=0$ y la parábola $y=-x^2+6x-5$.

$$\left.\begin{array}{l} y=0 \\ y=-x^2+6x-5 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2+6x-5=0 \Rightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4(-1)(-5)}}{2(-1)}=\frac{-6\pm 4}{-2}=\begin{cases}\frac{-6+4}{-2}=\boxed{1=x}\\ \frac{-6-4}{-2}=\boxed{5=x}\end{cases}$$

El área de la región delimitada por la recta $y=0$ y la parábola $y=-x^2+6x-5$ es el valor de la integral definida de 1 a 5 de la función $y=-x^2+6x-5$.

$$Área=\int_1^5 -x^2+6x-5dx=\left[\frac{-x^3}{3}+3x^2-5x\right]_1^5=$$

$$=\left[\frac{-5^3}{3}+3\cdot 5^2-5\cdot 5\right]-\left[\frac{-1^3}{3}+3\cdot 1^2-5\cdot 1\right]=\frac{-125}{3}+75-25+\frac{1}{3}-3+5=\boxed{\frac{32}{3}\simeq 10.66}$$

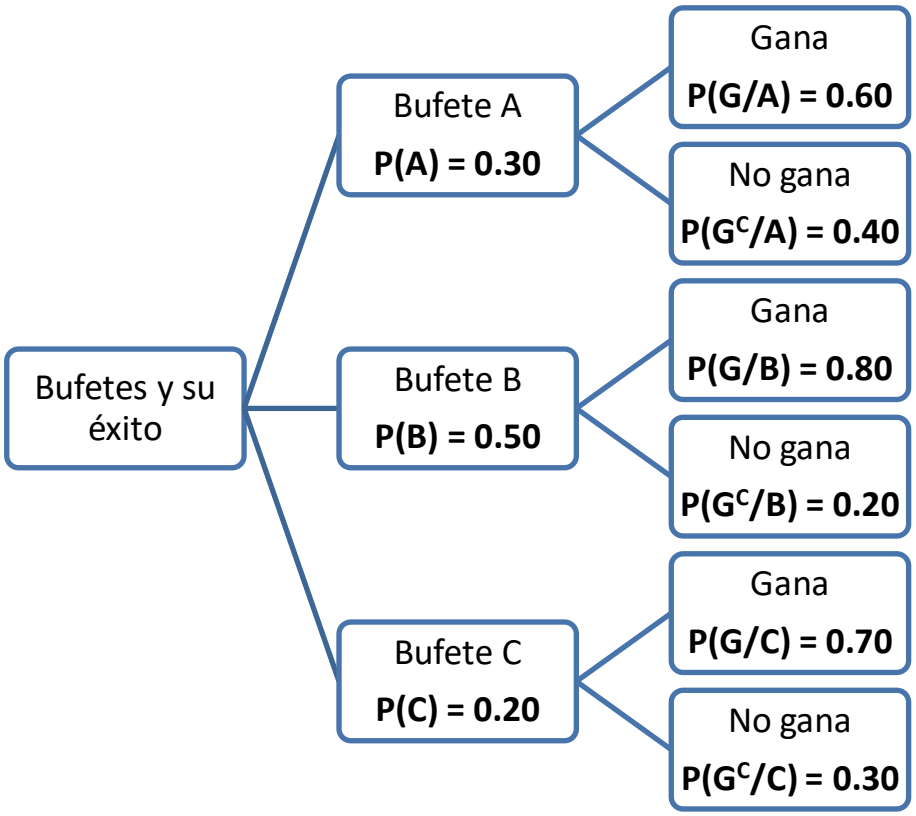
El área del barrio tiene un valor aproximado de 10.667 km².

d) Si la densidad de usuarios de telefonía móvil en la zona es de 5000 usuarios por km² entonces en el barrio hay $\frac{32}{3}\cdot 5000\simeq 53333$ usuarios.

Como $P(10)=-\frac{6}{10}\cdot 10^2+12\cdot 10=60$, entonces a los 10 meses se descargarán la aplicación el 60% de los usuarios, es decir, $\frac{32}{3}\cdot 5000\cdot\frac{60}{100}=32000$ usuarios del barrio.

3.1. Una empresa informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de esos casos, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de esos casos, mientras que el bufete C recibe el resto de los casos legales, de los cuales gana el 70%. Se elige al azar uno de los casos legales de la empresa presentados en los tribunales.
a) (0.5 ptos) Representar el árbol de probabilidades.
b) (0.75 ptos) Calcular la probabilidad de que la empresa gane el caso.
c) (0.75 ptos) Si el caso elegido se pierde en los tribunales, calcular la probabilidad de que se haya hecho cargo el bufete C.

a) Representamos este experimento y sus probabilidades en el siguiente diagrama de árbol.



b) Nos piden que calculemos el valor de $P(G)$. Utilizamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(G)=P(A)P(G/A)+P(B)P(G/B)+P(C)P(G/C)=$$

$$=0.3\cdot 0.6+0.5\cdot 0.8+0.2\cdot 0.7=0.72$$

La probabilidad de que la empresa gane el caso es de 0.72.

c) Debemos calcular $P(C/G^C)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(C/G^C)=\frac{P(C\cap G^C)}{P(G^C)}=\frac{P(C)P(G^C/C)}{1-P(G)}=\frac{0.2\cdot 0.3}{1-0.72}=\boxed{\frac{3}{14}\simeq 0.2143}$$

La probabilidad de que un caso perdido se haya hecho cargo el bufete C es de $\frac{3}{14}\simeq 0.2143$.

3.2. En cierta comunidad, el gasto realizado por cada persona en las rebajas se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 45 euros.
a) (1 pto) Se toma una muestra aleatoria simple de individuos y se obtiene el intervalo de confianza [251,6;271,2] para μ, con un nivel de confianza del 95%. Calcular la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
b) (1 pto) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 64 para estimar μ. Calcular el error máximo cometido por esa estimación con un nivel de confianza del 90%.

Consideramos X = El gasto realizado por una persona en las rebajas. X = N(μ. 45).

a) La media muestral es el punto medio del intervalo de confianza.

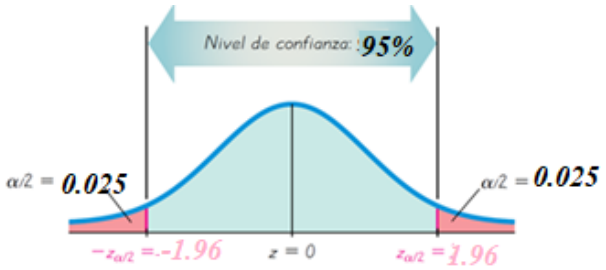
$$\bar{x} = \frac{251,6 + 271,2}{2} = 261.4 \text{ euros}$$

El error del intervalo de confianza es la mitad de su amplitud.

$$Error = \frac{271,2 - 251,6}{2} = 9.8 \text{ euros}$$

Con un nivel de confianza del 95 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750

Utilizamos la fórmula del error para determinar el tamaño de la muestra *n*.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 9.8 = 1.96 \cdot \frac{45}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96 \cdot 45}{9.8} = 9 \Rightarrow \boxed{n = 9^2 = 81}$$

b) Tamaño de la muestra = n = 64.

Con un nivel de confianza del 90 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.10 \rightarrow \alpha/2 = 0.05 \rightarrow 1-\alpha/2 = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.645$$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120		
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517		
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910		
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293		
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664		
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019		
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357		
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673		
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967		
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238		
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485		
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708		
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907		
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082		
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236		
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370		
1,6					0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582		

Utilizamos la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{45}{\sqrt{64}} = 9.253125$$

El error máximo cometido por la estimación de μ con un nivel de confianza del 90% y muestras de tamaño 64 es de 9.26 euros.

4.1 Canarias experimenta un aumento de los turistas que visitan las islas por lo que, para maximizar sus beneficios, una empresa quiere ampliar su flota de vehículos de alquiler. La empresa tiene previsto adquirir un máximo de 150 vehículos. Además, la experiencia indica que debe comprar un mínimo de 20 vehículos de gama alta y, como máximo, 120 de gama media. Asimismo, los vehículos de gama media deben ser, al menos, el doble que los de gama alta.
Si se espera obtener un beneficio anual de 2000€ por cada vehículo de gama media y 3000€ por cada uno de gama alta:
a) (0,75 puntos) Formular el correspondiente problema de programación lineal.
b) (1.5 puntos) ¿Cuántos vehículos de cada tipo deben adquirir para maximizar sus beneficios? ¿Cuál será el beneficio máximo?
c) (0.75 puntos) Debido a los requisitos de limitación de emisiones contaminantes, la empresa finalmente decide adquirir 35 vehículos de gama alta y 110 de gama media, lo que le permite acogerse a una subvención de 150€ adicionales de beneficio por cada coche de gama media. ¿Cumple esta elección los requisitos del problema? ¿Compensa la subvención los beneficios que dejan de generarse por no elegir la solución óptima del apartado b?

a) Llamamos x = número de coches de gama alta e y = número de coches de gama media.
La función que deseamos maximizar son los beneficios anuales $B(x,y)=3000x+2000y$ sometida a las restricciones siguientes.

La empresa tiene previsto adquirir un máximo de 150 vehículos → $x+y\le 150$
Debe comprar un mínimo de 20 vehículos de gama alta y, como máximo, 120 de gama media → $x\ge 20;\ y\le 120$
Los vehículos de gama media deben ser, al menos, el doble que los de gama alta → $y\ge 2x$
Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 150 \\ x\ge 20 \\ y\le 120 \\ y\ge 2x \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

b) Representamos las rectas que delimitan la región factible. Para ello obtengo una tabla de valores para cada recta asociada a cada inecuación.

$x+y=150$

x	$y=150-x$
20	130
50	100
120	30

$x=20$

$x=20$	y
20	40
20	100
20	120

$y=120$

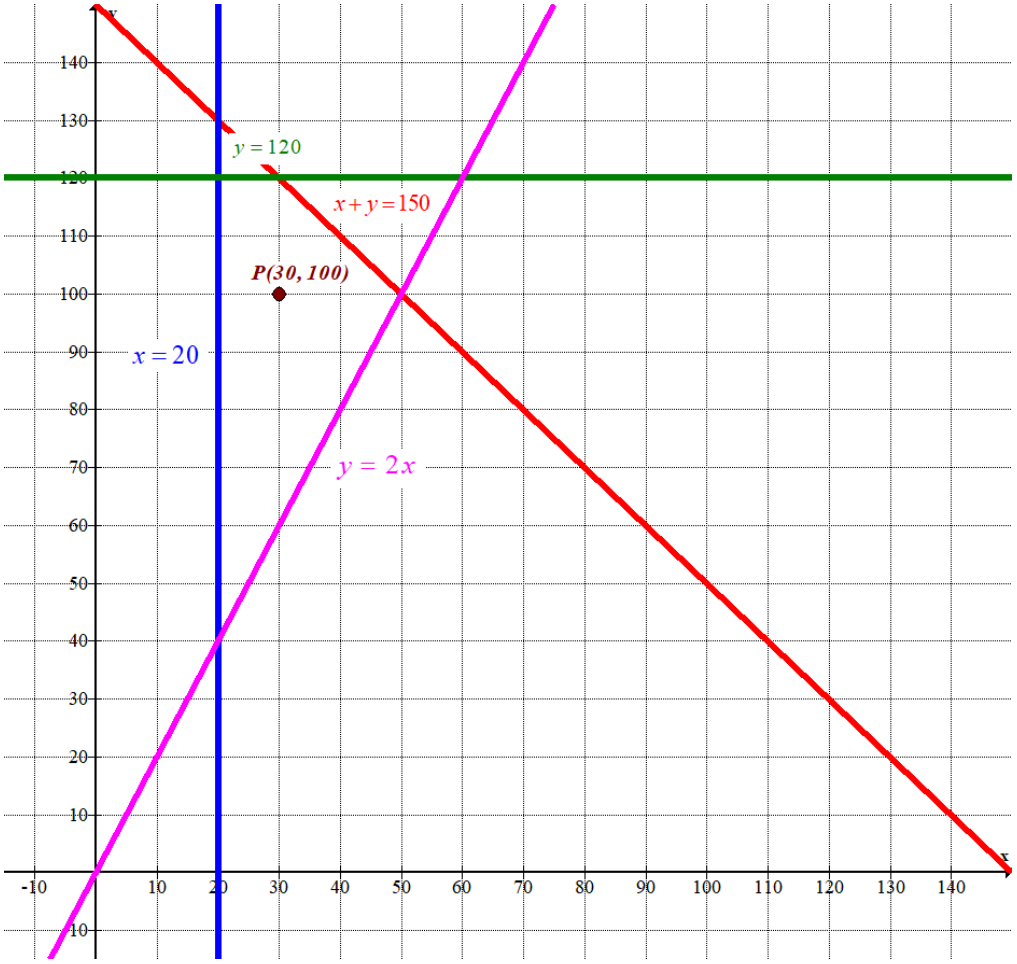
x	$y=120$
20	120
30	120
100	120

$y=2x$

x	$y=2x$
20	40
50	100
120	240

$x\ge 0;\ y\ge 0$

Primer cuadrante

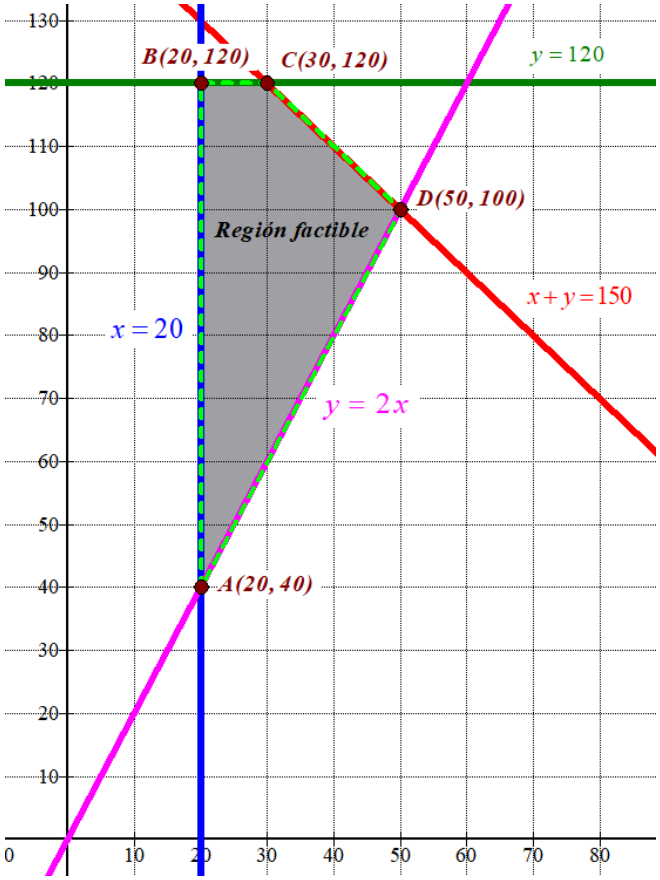


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+y\le 150 \\ x\ge 20 \\ y\le 120 \\ y\ge 2x \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por debajo de la recta horizontal verde y la recta oblicua roja, por encima de la recta rosa y a la derecha de la recta vertical azul.

Comprobamos que el punto P(30, 100) perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 30+100\le 150 \\ 30\ge 20 \\ 100\le 120 \\ 100\ge 2\cdot 30 \\ 30\ge 0;\ \ 100\ge 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gis la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 3000x + 2000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(20, 40) → $B(20,40) = 3000 \cdot 20 + 2000 \cdot 40 = 140000$
B(20, 120) → $B(20,120) = 3000 \cdot 20 + 2000 \cdot 120 = 300000$
C(30, 120) → $B(30,120) = 3000 \cdot 30 + 2000 \cdot 120 = 330000$
D(50, 100) → $B(50,100) = 3000 \cdot 50 + 2000 \cdot 100 = 350000$ Máximo

El beneficio máximo es de 350 000 € y se consigue en el vértice C(50, 100), que significa comprar 50 coches de alta gama y 100 de gama media.

c) Comprobamos si adquirir 35 vehículos de gama alta y 110 de gama media cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 35 + 110 \le 150 \\ 35 \ge 20 \\ 110 \le 120 \\ 110 \ge 2 \cdot 35 \\ 35 \ge 0;\ 110 \ge 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Esta elección cumple los requisitos del problema.
La subvención de 150 € por coche de gama media supone unos ingresos adicionales por valor de 150 · 110 = 16500 €. Con 35 vehículos de gama alta y 110 de gama media se consiguen unos beneficios de $B(35,110) = 3000 \cdot 35 + 2000 \cdot 110 = 325000$. El total de beneficios con esta compra es de 325000 + 16500 = 341 500 €. La subvención no compensa la no elección de la solución óptima que nos proporcionaba 350 000 €.

4.2 Ciento diez alumnos que superaron la EBAU el año anterior se han matriculado en el presente curso en carreras universitarias de ciencias, ciencias sociales e ingenierías. Por cada seis alumnos que se han matriculado en ciencias sociales, hay dos que se han matriculado en ingenierías; y los que lo han hecho en ciencias sociales superan en diez a los que se han matriculado en ciencias más los que han optado por ingenierías.

a) (1,5 puntos) Formular el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) (1 punto) Determinar el número de estudiantes matriculados en ciencias, ciencias sociales e ingenierías.

c) (0,5 puntos) El coste de la matrícula anual para alumnos de nuevo ingreso es de 1100€ para ciencias sociales y 1400€ para ciencias e ingenierías. Para los alumnos repetidores el coste de matrícula se incrementa en un 15%. Si a los 110 alumnos anteriores se les añaden 25 repetidores, de los cuales 6 son de ciencias sociales, ¿cuál será el importe total de las matrículas abonadas por los 135 alumnos?

a) Llamamos "x" al número de alumnos matriculados en ciencias, "y" al número de matriculados en ciencias sociales y "z" al número de matriculados en ingenierías.

Ciento diez alumnos que superaron la EBAU el año anterior se han matriculado en el presente curso en carreras universitarias de ciencias, ciencias sociales e ingenierías → $x+y+z=110$

Por cada seis alumnos que se han matriculado en ciencias sociales, hay dos que se han matriculado en ingenierías →

$$\left.\begin{array}{ccccc} \textit{Ciencias sociales} & & \textit{Ingenierías} \\ "y" & \rightarrow & "z" \\ 6 & \rightarrow & 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2y=6z\,.$$

Los matriculados en ciencias sociales superan en diez a los que se han matriculado en ciencias más los que han optado por ingenierías → $y=10+x+z$.

Reunimos estas ecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=110 \\ 2y=6z \\ y=10+x+z \end{array}\right\}$$

b) Resolvemos el sistema planteado.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=110 \\ 2y=6z \\ y=10+x+z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=110 \\ y=3z \\ y=10+x+z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3z+z=110 \\ 3z=10+x+z \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+4z=110 \\ 2z=10+x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=110-4z \\ 2z=10+x \end{array}\right\} \Rightarrow 2z=10+110-4z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6z=120 \Rightarrow \boxed{z=\frac{120}{6}=20} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{y=3\cdot 20=60} \\ \boxed{x=110-4\cdot 20=30} \end{cases}$$

Se han matriculado 30 alumnos en ciencias, 60 en ciencias sociales y 20 en ingenierías.

c) El coste de la matrícula anual para los alumnos de ciencias sociales es $1100 \cdot 60 = 66000$, en ciencias e ingenierías son $1400(20+30)=70000$, los 6 repetidores que se matriculan en ciencias sociales cuestan $(1100+0.15\cdot 1100)6=7590$ y los 19 repetidores de ciencias e ingenierías cuestan $(1400+0.15\cdot 1400)19=30590$.

Sumamos todo para obtener el coste total de las matrículas.

66000 + 70 000 + 7590 + 30590 = 174180 euros