CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAU Convocatoria ordinaria 2027 **MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II**	CÓDIGO 40

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria:** las preguntas 1 y 2 sin apartados optativos y las preguntas 3 y 4 con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)
CONTEXTO
Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 fue que el examen de cada materia incluyó un ejercicio obligatorio y de carácter "más competencial". Aunque las notas se hacen públicas la semana siguiente de realizarse el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II estaban interesados en determinar cuanto antes si se habían producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados. Con este objetivo contactaron previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se comprometió a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.
1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media. Contextualice la respuesta obtenida.

Nota: Para resolver algunos de los apartados anteriores pueden emplearse algunos de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:
$P(|Z|<1)=0{,}6826$; $P(Z<2)=0{,}9772$; $P(Z>0{,}5)=0{,}3085$; $P(Z>1{,}96)=0{,}025$.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)
Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$x \geq 2 \qquad y \leq 4 \qquad x+y \leq 8 \qquad x-2 \leq 2y$$

Responda estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.
2.2. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x,y)=2x-4y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (3 puntos)
Responda uno de los siguientes apartados: 3.1. o 3.2.
3.1.
CONTEXTO
Una fábrica produce un artículo de pesca deportiva y vende cada unidad a un precio $P(x)$ (en euros) que depende del número total de unidades producidas x:

$$P(x)=-\frac{x^2}{20}+x+55 \ , \ 0 \leq x \leq 30 \, .$$

Se sabe que la producción de x unidades supone un coste fijo de 80 euros más un coste variable de 11,25 euros por unidad.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. Calcule las expresiones de las funciones de coste, ingreso y beneficio.

3.1.2. ¿Cómo debe planificarse la producción para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Cuál sería el precio de venta por unidad en ese caso? Contextualice los resultados.

3.1.3. Calcule $\int_0^{10} P(x)\,dx$.

3.2.

CONTEXTO

Los gastos financieros de una organización, en cientos de miles de euros, siguen la función:

$$G(t)=\begin{cases}4-\left(\dfrac{t}{3}\right), & 0\le t\le 3\\ (5t-3)/(t+1), & t>3\end{cases}$$

siendo t el tiempo en años transcurridos. La organización tiene una subvención anual del gobierno para su funcionamiento de 350.000 euros.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. ¿En qué momento los gastos son iguales a 400.000 euros? Razone la respuesta.

3.2.2. ¿Cuándo crece G(t)? ¿Cuándo decrece G(t)? ¿Cuándo los gastos alcanzan su valor mínimo y cuánto valen? ¿Qué ocurre con los gastos al transcurrir los años? Contextualice los resultados.

3.2.3. En algún momento de los primeros tres años, ¿la subvención es superior a los gastos financieros? Razone la respuesta.

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA Y ÁLGEBRA. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes dos apartados de Estadística: 4.1. o 4.2. (1,5 puntos)

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que: $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ y $P(A \cup B) = 3/4$. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año, calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.

Responda uno de los siguientes dos apartados de Álgebra: 4.3. o 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Disponemos de tres granjas A, B y C para la cría ecológica de pollos. La granja A tiene capacidad para criar un 20% más de pollos que la granja B, y la granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C. Se sabe además que entre las tres granjas pueden criarse un total de 405 pollos. Formule el sistema de ecuaciones asociado a este problema y expréselo matricialmente.

4.4. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & z \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -1$, calcule sin resolver y aplicando las propiedades de los determinantes:

4.4.1. $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ **4.4.2.** $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & -2z \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ **4.4.3.** $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2-x & 1-y & z \\ x-1 & y-1 & -1 \end{vmatrix}$

SOLUCIONES

ÁLGEBRA 35%	ANÁLISIS 30%	PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA 35%

Pregunta 1. (Obligatoria - 2 puntos) Estadística.
Pregunta 2. (Obligatoria – 2 puntos) Álgebra.
Pregunta 3. (Con optatividad – 3 puntos) Análisis.
Pregunta 4a. (Con optatividad – 1.5 puntos) Probabilidad.
Pregunta 4b. (Con optatividad – 1.5 puntos) Álgebra.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)
CONTEXTO
Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 fue que el examen de cada materia incluyó un ejercicio obligatorio y de carácter "más competencial". Aunque las notas se hacen públicas la semana siguiente de realizarse el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II estaban interesados en determinar cuanto antes si se habían producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados. Con este objetivo contactaron previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se comprometió a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

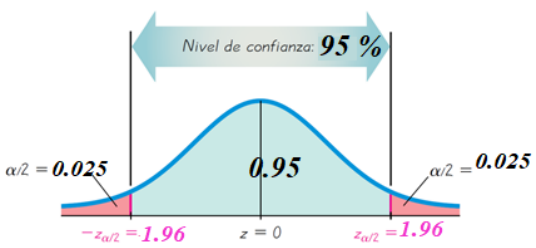
1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media. Contextualice la respuesta obtenida.

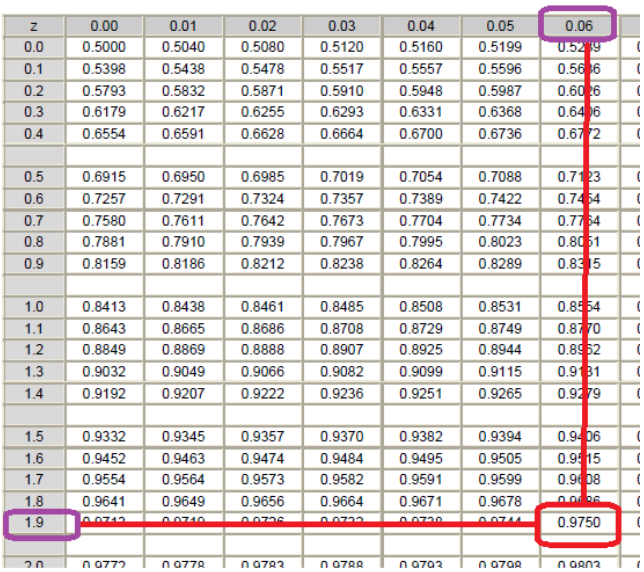
Nota: Para resolver algunos de los apartados anteriores pueden emplearse algunos de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:
$P(|Z|<1)=0{,}6826$; $P(Z<2)=0{,}9772$; $P(Z>0{,}5)=0{,}3085$; $P(Z>1{,}96)=0{,}025$.

Llamamos X a la variable aleatoria que nos da la nota de un alumno en el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la PAU 2025. X = N(μ, 1.5).

1.1. Con un nivel de confianza del 95 % hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0'025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}96}$$





z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803

Utilizamos la fórmula del error para obtener el valor de "n".

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.25 = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.25 = \frac{2.94}{\sqrt{n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.94}{0.25} \Rightarrow n = \left(\frac{2.94}{0.25}\right)^2 = 138.2976$$

El número mínimo de exámenes que se deben corregir es de 139. Si lo dividimos entre 25 nos queda 5.56. El número mínimo de correctores es de 6.

1.2. Tamaño de la muestra = n = 100. La media muestral es $\bar{x} = 7.2$.

Con un nivel de confianza del 95 % sabemos que $z_{\alpha/2} = 1.96$.

Hallamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 0.294$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(7.2 - 0.294, 7.2 + 0.294\right) = \left(6.906, 7.494\right)$$

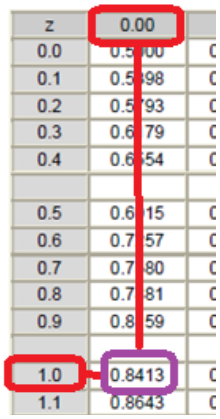
1.3. Sabemos que X = N(7.3, 1.5). La distribución de las medias muestrales de tamaño 25 sigue una ley normal con la misma media, pero con desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.5}{\sqrt{25}} = 0.3$,

Tenemos que $\overline{X_{25}} = N\left(7.3, 0.3\right)$.

Nos piden calcular $P\left(\overline{X_{25}} \geq 7\right)$.

$$P\left(\overline{X_{25}} > 7\right) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{7-7.3}{0.3}\right) = P\left(Z > -1\right) =$$

$$= P\left(Z \leq 1\right) = \left\{\begin{matrix}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{matrix}\right\} = \boxed{0.8413}$$



z	0.00	
0.0	0.5000	0
0.1	0.5398	0
0.2	0.5793	0
0.3	0.6179	0
0.4	0.6554	0
0.5	0.6915	0
0.6	0.7257	0
0.7	0.7580	0
0.8	0.7881	0
0.9	0.8159	0
1.0	0.8413	0
1.1	0.8643	0

La probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 es de 0.8413.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$x \geq 2 \qquad y \leq 4 \qquad x+y \leq 8 \qquad x-2 \leq 2y$$

Responda estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x,y)=2x-4y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

2.1. Representamos primero las rectas que delimitan la región factible.

$x=2$

$x=2$	y
2	0
2	2
2	4

$y=4$

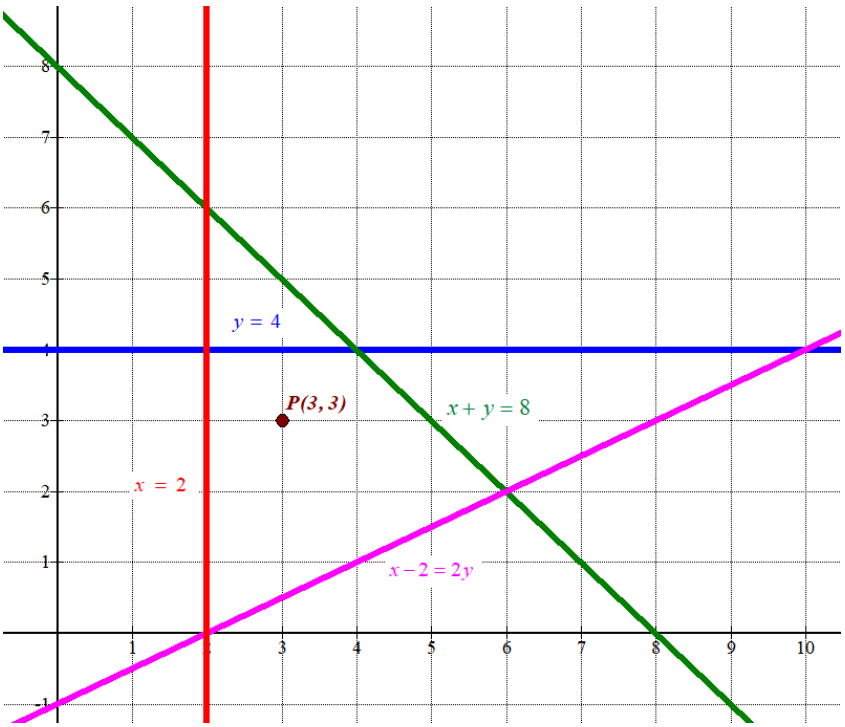
x	$y=4$
0	4
2	4
4	4

$x+y=8$

x	$y=8-x$
0	8
4	4
8	0

$x-2=2y$

x	$y=\dfrac{x-2}{2}$
0	−1
2	0
6	2

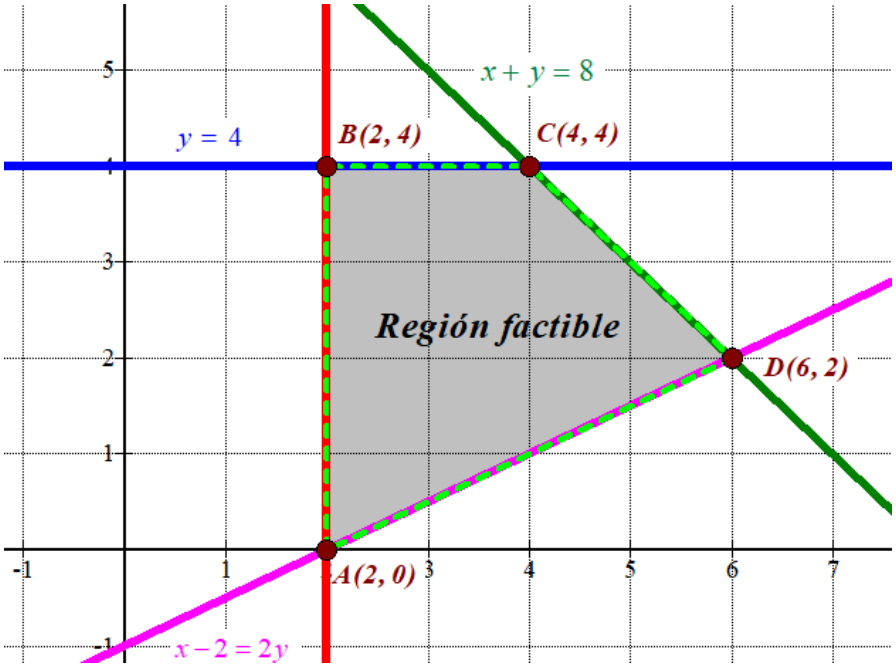


Como las inecuaciones son $\left.\begin{matrix} x\geq 2 \\ y\leq 4 \\ x+y\leq 8 \\ x-2\leq 2y \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x\geq 2 \\ y\leq 4 \\ y\leq 8-x \\ x-2\leq 2y \end{matrix}\right\}$ la región factible es la región del plano situada por debajo de la rectas verde y azul, por encima de la recta rosa, y a la derecha de la recta vertical roja.

Comprobamos que el punto P(3, 3) perteneciente a esta región cumple las inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 3 \geq 2 \\ 3 \leq 4 \\ 3+3 \leq 8 \\ 3-2 \leq 2 \cdot 3 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de los vértices.



Los vértices de la región factible son los puntos A(2, 0), B(2, 4), C(4, 4) y D(6, 2).

2.2. Valoramos la función $f(x,y)=2x-4y$ en cada uno de los vértices en busca de los valores máximo y mínimo.

A(2, 0) → $f(2,0)=2\cdot 2-4\cdot 0=4$ Máximo

B(2, 4) → $f(2,4)=2\cdot 2-4\cdot 4=-12$ Mínimo

C(4, 4) → $f(4,4)=2\cdot 4-4\cdot 4=-8$

D(6, 2) → $f(6,2)=2\cdot 6-4\cdot 2=4$ Máximo

El valor mínimo es –12 y se alcanza en el punto B(2, 4).
El valor máximo es 4 y se alcanza en los puntos A(2, 0) y D(6, 2). Por lo que el valor máximo se alcanza también en cualquier punto del segmento $\overline{AD}$.

3.1.
CONTEXTO
Una fábrica produce un artículo de pesca deportiva y vende cada unidad a un precio $P(x)$ (en euros) que depende del número total de unidades producidas x:

$$P(x)=-\frac{x^2}{20}+x+55\ ,\quad 0\le x\le 30\,.$$

Se sabe que la producción de x unidades supone un coste fijo de 80 euros más un coste variable de 11,25 euros por unidad.
Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.
3.1.1. Calcule las expresiones de las funciones de coste, ingreso y beneficio.
3.1.2. ¿Cómo debe planificarse la producción para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Cuál sería el precio de venta por unidad en ese caso? Contextualice los resultados.
3.1.3. Calcule $\int_0^{10} P(x)\,dx$.

3.1.1. Hallamos la función ingreso. Se venden *x* artículos a un precio por unidad *P(x)*.

$$I(x)=x\cdot P(x)=x\left(-\frac{x^2}{20}+x+55\right)=-\frac{x^3}{20}+x^2+55x\,,\quad 0\le x\le 30$$

Hallamos la función coste. La producción de x unidades supone un coste fijo de 80 euros más un coste variable de 11,25 euros por unidad.

$$C(x)=80+11.25x$$

Hallamos la función beneficio. El beneficio es la diferencia entre los ingresos y el coste.

$$B(x)=I(x)-C(x)=-\frac{x^3}{20}+x^2+55x-(80+11.25x)=-\frac{x^3}{20}+x^2+43.75x-80$$

3.1.2. Hallamos la derivada de la función beneficio y averiguamos cuando se anula.

$$B(x)=-\frac{x^3}{20}+x^2+43.75x-80\Rightarrow B'(x)=-\frac{3x^2}{20}+2x+43.75$$

$$B'(x)=0\Rightarrow -\frac{3x^2}{20}+2x+43.75=0\Rightarrow -3x^2+40x+875=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-40\pm\sqrt{40^2-4(-3)\cdot 875}}{2(-3)}=\frac{-40\pm 110}{-6}=\begin{cases}\dfrac{-40+110}{-6}=-\dfrac{70}{6}\notin(0,30)\\ \dfrac{-40-110}{-6}=\boxed{25=x}\end{cases}$$

Para una producción de 25 unidades tenemos un punto crítico. Vemos la evolución de los beneficios entre 0, 25 y 30 unidades.

- De 0 a 25 consideramos $x=10$ y la derivada vale
  $B'(10)=-\frac{3\cdot 10^2}{20}+2\cdot 10+43.75=48.75>0$. La función crece.

- De 25 a 30 consideramos $x = 28$ y la derivada vale

  $B'(28) = -\frac{3 \cdot 28^2}{20} + 2 \cdot 28 + 43.75 = -17.85 < 0$. La función decrece.

El beneficio crece antes de $x = 25$ y decrece después. La función beneficio tiene un máximo para este número de unidades.

Calculamos el valor de este beneficio máximo $B(25) = -\frac{25^3}{20} + 25^2 + 43.75 \cdot 25 - 80 = 857.5$.

Deben producirse 25 unidades para conseguir el beneficio máximo que es de un importe de 857.5 euros.

3.1.3. Calculamos la integral definida pedida.

$$\int_0^{10} P(x)\,dx = \int_0^{10} -\frac{x^2}{20} + x + 55 dx = \left[-\frac{x^3}{60} + \frac{x^2}{2} + 55x \right]_0^{10} =$$

$$= \left[-\frac{10^3}{60} + \frac{10^2}{2} + 55 \cdot 10 \right] - \left[-\frac{0^3}{60} + \frac{0^2}{2} + 55 \cdot 0 \right] = \boxed{\frac{1750}{3} \simeq 583.33}$$

3.2.
CONTEXTO
Los gastos financieros de una organización, en cientos de miles de euros, siguen la función:

$$G(t)=\begin{cases}4-\left(\frac{t}{3}\right), & 0\le t\le 3\\ (5t-3)/(t+1), & t>3\end{cases}$$

siendo t el tiempo en años transcurridos. La organización tiene una subvención anual del gobierno para su funcionamiento de 350.000 euros.
Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.
3.2.1. ¿En qué momento los gastos son iguales a 400.000 euros? Razone la respuesta.
3.2.2. ¿Cuándo crece G(t)? ¿Cuándo decrece G(t)? ¿Cuándo los gastos alcanzan su valor mínimo y cuánto valen? ¿Qué ocurre con los gastos al transcurrir los años? Contextualice los resultados.
3.2.3. En algún momento de los primeros tres años, ¿la subvención es superior a los gastos financieros? Razone la respuesta.

3.2.1. Buscamos los valores de t para los que $G(t)=4$.

$$G(t)=4\Rightarrow\begin{cases}4-\left(\frac{t}{3}\right)=4\to\frac{t}{3}=0\to\boxed{t=0}\\ \frac{5t-3}{t+1}=4\to 5t-3=4t+4\to\boxed{t=7}\end{cases}$$

Los gastos son iguales a 400.000 euros cuando comienza a funcionar la organización ($t=0$) y cuando han transcurrido 7 años ($t=7$).

3.2.2. Obtenemos la expresión de la derivada de la función.

$$G(t)=\begin{cases}4-\left(\frac{t}{3}\right), & 0\le t\le 3\\ \frac{5t-3}{t+1}, & t>3\end{cases}\Rightarrow G'(t)=\begin{cases}\frac{-1}{3}, & 0\le t<3\\ \frac{5(t+1)-1\cdot(5t-3)}{(t+1)^2}=\frac{5t+5-5t+3}{(t+1)^2}=\frac{8}{(t+1)^2}, & t>3\end{cases}$$

En el intervalo $[0,3)$ la derivada es $G'(t)=\frac{-1}{3}<0$. La función decrece en este intervalo.

En el intervalo $(3,+\infty)$ la derivada es $G'(t)=\frac{8}{(t+1)^2}>0$. La función crece en este intervalo.

La función decrece en $[0,3)$ y crece en $(3,+\infty)$. Por lo que los gastos son mínimos para $t=3$

Como $G(3)=4-\left(\frac{3}{3}\right)=3$, los gastos mínimos son de 300 000 euros y se producen con el paso de 3 años.
Para ver lo que ocurre al pasar los años hallamos el valor de $\lim_{t\to+\infty}G(t)$.

$$\lim_{t\to+\infty}G(t)=\lim_{t\to+\infty}\frac{5t-3}{t+1}=5$$

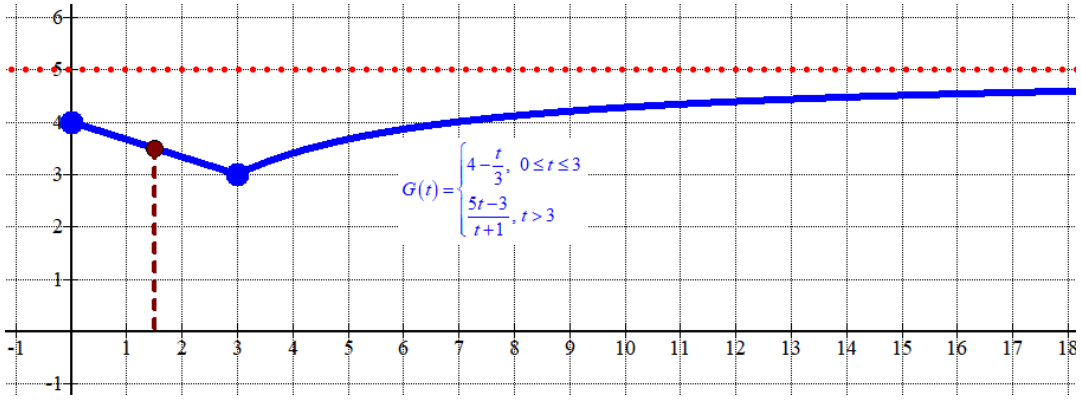
Con el paso de los años los gastos tienden a estabilizarse en 500 000 euros.

3.1.3. Durante los tres primeros años la función gastos tiene la expresión $G(t)=4-\frac{t}{3}$.

Averiguamos cuando esos gastos tienen el valor de 3.5.

$$G(t)=3.5 \Rightarrow 4-\frac{t}{3}=3.5 \Rightarrow 0.5=\frac{t}{3} \Rightarrow \boxed{t=1.5}$$

En el apartado anterior hemos visto que durante los tres primeros años los gastos disminuyen. Durante los tres primeros años la subvención es superior a los gastos financieros transcurridos más de año y medio



4.1. Sean A y B dos sucesos tales que: $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ y $P(A \cup B) = 3/4$. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año, calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.

4.1. Calculamos la probabilidad de la intersección de los dos sucesos.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}=\frac{1}{12}$$

Para que los sucesos A y B sean independientes debe cumplirse la igualdad $P(A\cap B)=P(A)P(B)$.

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=\dfrac{1}{12} \\ P(A)P(B)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}\end{array}\right\}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{12}\neq\frac{1}{6}=P(A)P(B)$$

No se cumple la igualdad y los sucesos A y B no son independientes.

4.2. Consideramos X = Número de vehículos con un motor con tecnología híbrida de un grupo de 5 vehículos inspeccionados. Esta es una variable binomial siendo n = 5 el número de repeticiones y p = 0.4 la probabilidad de que un coche nuevo tenga un motor con tecnología híbrida. X = B(5, 0.4).

Nos piden calcular $P(X>3)$.

$$P(X>3)=P(X=4)+P(X=5)=\binom{5}{4}0.4^4\cdot 0.6^1+\binom{5}{5}0.4^5\cdot 0.6^0=5\cdot 0.4^4\cdot 0.6+0.4^5=0.08704$$

4.3. Disponemos de tres granjas A, B y C para la cría ecológica de pollos. La granja A tiene capacidad para criar un 20% más de pollos que la granja B, y la granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C. Se sabe además que entre las tres granjas pueden criarse un total de 405 pollos. Formule el sistema de ecuaciones asociado a este problema y expréselo matricialmente.

4.4. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & z \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -1$, calcule sin resolver y aplicando las propiedades de los determinantes:

4.4.1. $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ **4.4.2.** $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & -2z \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ **4.4.3.** $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2-x & 1-y & z \\ x-1 & y-1 & -1 \end{vmatrix}$

4.3. Llamamos "a", "b" y "c" a la capacidad de criar pollos de las granjas A, B y C, respectivamente.

La granja A tiene capacidad para criar un 20% más de pollos que la granja B → $a = 1.2b$.
La granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C → $b = 2c$.
Entre las tres granjas pueden criarse un total de 405 pollos → $a+b+c=405$.

Reunimos las tres ecuaciones en un sistema y lo expresamos matricialmente.

$$\left.\begin{array}{l} a = 1.2b \\ b = 2c \\ a+b+c=405 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{rrrl} a & -1.2b & & = 0 \\ & b & -2c & = 0 \\ a+ & b+ & c & = 405 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1.2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 405 \end{pmatrix}$$

4.4. Aplicamos las propiedades de los determinantes.

4.4.1. $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$**.** Este determinante es nulo pues la fila segunda es toda ceros.

4.4.2. $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & -2z \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \left\{\begin{array}{l}\text{Saco factor común } -2 \\ \text{en la tercera columna}\end{array}\right\} = -2\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & z \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2\cdot(-1) = \boxed{2}$**.**

4.4.3. $\begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2-x & 1-y & z \\ x-1 & y-1 & -1 \end{vmatrix} = \left\{\begin{array}{l}\text{Sumo a la segunda fila la primera} \\ \text{y el determinante no cambia de valor}\end{array}\right\} = \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & z \\ x-1 & y-1 & -1 \end{vmatrix} =$

$$= \left\{\begin{array}{l}\text{Resto a la tercera fila la primera} \\ \text{y el determinante no cambia de valor}\end{array}\right\} = \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ 2 & 1 & z \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \boxed{-1}$$